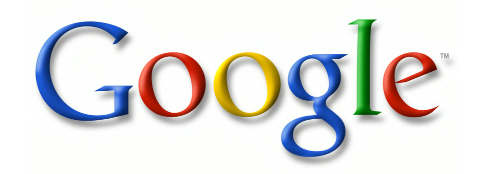
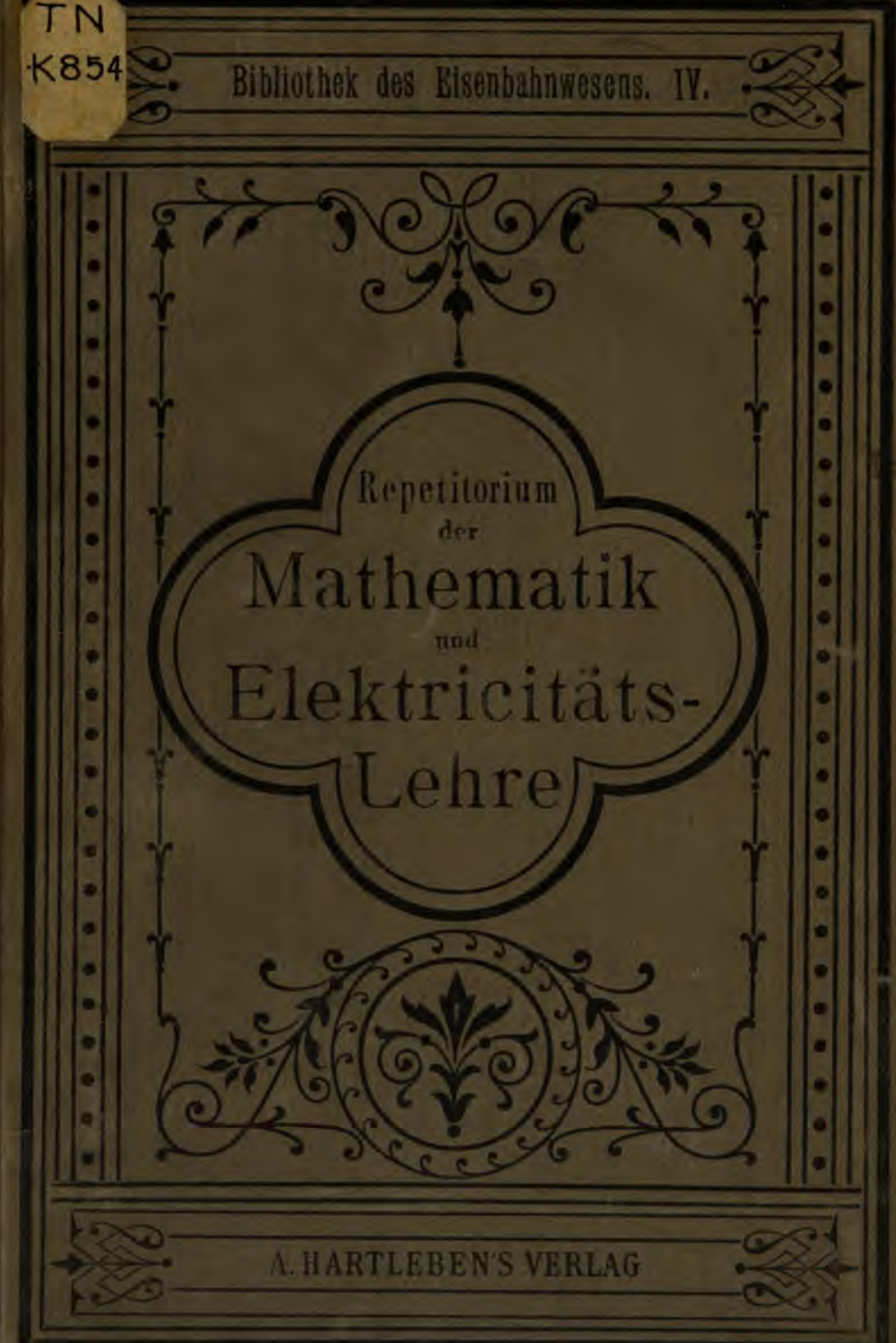



TN
K854
Bibliothek des Eisenbahnwesens. IV.
Repetitorium
der
Mathematik
und
Elektricitäts-
Lehre
A. HARTLEBEN'S VERLAG

Bibliothek des Eisenbahnwesens.

In zwanglosen Bänden. Jeder Band einzeln käuflich.

Wer gegenwärtig im sechzigsten Lebensjahre steht, ist so alt wie die erste Locomotiv-Eisenbahn der Welt, und kann sagen, dass das Eisenbahnwesen wenigstens eine Zeit lang als Zeitgenosse mit ihm gewachsen ist. Des Sechzigjährigen Wachsthum ist freilich längst vorüber, war auf eine kurze Reihe von ahren durch die Natur begrenzt. Das Eisenbahnwesen hatte dagegen bis jetzt ine zeitliche Grenze im Wachsthume, blieb nicht stille stehen, sondern wuchs d wuchs und entwickelte sich auf eigene Faust in einer Weise, wie es wohl n keiner Seite geahnt wurde.

Heute beherrscht die Eisenbahn das gesammte moderne Leben, tief ngreifend in die wirthschaftlichen Verhältnisse des Staates, der Handels- und rkehrswelt, der Familie und des Einzelnen. Ein Segenspender für alle Kreise, t die Eisenbahn den Unterschied zwischen hoch und niedrig, vornehm und ing, reich und arm, ausgeglichen; wer sich der Eisenbahn bedient, fährt demselben Zuge gleich weit, gleich schnell, ob er nun ein Fürst ist er dem Arbeiterstande angehört; das aufgegebene Gut wird ebenso gut fahren, ob es die Arbeit fleissiger Menschenhände oder titanenhafter Dampfaft, oder ob es Frucht des Erdbodens oder menschlicher Gedankenarbeit ist.

Aber nicht nur die frühere Gestaltung der Dinge auf unwiderstehliche Weise ver ... mehr sich selbst ein ... mit Bewusstsein erk ... e, der an andere ge ... o hat sie gegenwä ... ehr, ihre eigenen co ... chführung u. s. w. ... zu dessen Verst ... des Apparates, we ... rtheilen will. ... Möglichkeit, aus de ... sen ergänzen zu kö ... Individualisirung de ... wird; und man fin ... nbahn irgendwie in ... s Fühlen in Erke ... e Dinge gestaltet sind, um ... es sich um die eigensten Interessen handelt.

Wir sehen uns demnach veranlasst, diesem wahrhaft grossen und in der Natur der Sache begründeten Bedürfnisse Rechnung zu tragen, und haben uns entschlossen, dem Eisenbahnwesen und der Publicistik auf diesem Gebiete eine eigene Stätte zu gründen. Wir beabsichtigen in der »Bibliothek des Eisenbahnwesens« dem Fachmanne, sowie allen, die an dem Leben und Treiben der Eisenbahnen ein Interesse haben, die Mittel zu bieten, Rath und Belehrung zu holen, sobald und wo sie gebraucht werden.

Die verschiedensten Gebiete des Eisenbahnwesens, seien es ökonomische oder politische Fragen, oder Probleme der Wissenschaft und Technik, sollen aus der Feder berufener Fachmänner Erläuterung finden, welche für Jedermann, der mit dem Eisenbahnwesen in Verbindung steht, Nützliches wie Lehrreiches bringen soll. Die Ausgabe der

Bibliothek des Eisenbahnwesens

wird in zwanglosen, selbständigen Bänden übereinstimm... folgen. Möge das Unternehmen jene Aufnahme finden, die se...

A. Hartleben's Verlag in Wien, Pest u...



REPETITORIUM

der

Mathematik und Elektricitäts-Lehre.

BIBLIOTHEK

des

EISENBAHNWESENS.

VIERTER BAND.

Repetitorium der Mathematik und Elektricitäts-Lehre.



WIEN. PEST. LEIPZIG.

A. HARTLEBEN'S VERLAG.

REPETITORIUM

der

Mathematik und Elektricitäts-Lehre.

Für die Bedürfnisse der Eisenbahn-Praxis elementar behandelt

von

J. Krämer

Ingenieur, Docent für Elektrotechnik am höheren Curse der Fortbildungsschule für Eisenbahn-Beamte.

Mit 127 Abbildungen.



WIEN. PEST. LEIPZIG.

A. HARTLEBEN'S VERLAG.

1884.

Druck von Friedrich Jasper in Wien.

Vorwort.

Das Studium der »Elektrotechnik« ist mit der Entwickelung dieser jüngsten technischen Disciplin ein allgemeineres geworden; wie häufig aber wird dasselbe derart begonnen, dass einerseits irrige Vorstellungen erweckt werden, anderseits statt der gewünschten gründlichen Erkenntniss höchstens ein oberflächliches Wissen erreicht wird, das bei der geringsten Abweichung vom gewohnten Wege im günstigen Falle Rathlosigkeit, nicht selten aber Zeit- und Geldverschwendung zur Folge hat. Um sich dagegen zu schützen, ist eine genaue Kenntniss der Grundlehren über Elektricität und Magnetismus unerlässlich. Nun hat aber das Gebiet der angewandten Elektricitätslehre einen derartigen Umfang gewonnen, dass man sich ohne erfahrenen Führer leicht in demselben verirrt oder auf Abwege geräth. Die besten Führer in diesem Falle sind und bleiben allerdings das lebendige Wort und das Experiment. An passenden Büchern zum Schulgebrauche und zum Selbststudium fehlt es aber derzeit noch, da die vor dem denkwürdigen Jahre 1881 (Pariser Congress der Elektriker) über diesen Gegenstand edirten unbrauchbar geworden sind, und die neueren Werke zu den angedeuteten Zwecken meistens allzuviel voraussetzen.

Im vorliegenden »Repetitorium« wurde also bei der Behandlung des Stoffes vor Allem der pädagogische Zweck im Auge behalten; es soll demnach hier gezeigt werden: *was* gelernt werden muss und in *welcher Reihenfolge* gelernt werden soll, um sich die Grundlehren über die Elektricität soweit anzueignen, dass ein Studium der Elektrotechnik oder eine weitere Ausbildung in der Theorie der Elektricitätslehre mit Aussicht auf Erfolg begonnen werden kann.

Pädagogische Rücksichten waren aber nicht allein bei der Behandlung, sondern im hohen Maasse auch bei der Wahl

und Aneinanderreihung des Stoffes maassgebend, und glaubt der Verfasser, dass dieser Umstand seiner Arbeit nicht zum Nachtheile gereichen wird.

Die wichtigsten Sätze der behandelten Disciplin werden in nackter Darstellung gegeben; auf jede ausschmückende Beigabe wurde verzichtet. Diese knappe Form wird den Leser zum Denken und richtigen Studiren anregen; das auf diese Weise gründlich Erlernte und Erfasste wird sich in der hier gewählten Form leicht dem Gedächtnisse einprägen, und zum Wiederholungsstudium sind hier Anhaltspunkte geboten, die sich rasch überblicken lassen und eine leichte Orientirung ermöglichen.

Auch als Nachschlagebuch für die im Studium der Elektricitätslehre schon weiter Vorgeschrittenen wird dieses Werk mit Vortheil dienen können. Die von der Verlagshandlung beigegebenen vortrefflichen Illustrationen haben die Absicht des Verfassers, viel Stoff in einen engen Raum zu drängen, wesentlich unterstützt.

Die Berechtigung der Naturwissenschaften, als ein Mittel zu geistiger Erziehung zu dienen, wird heute nicht mehr bestritten, vielmehr allseitig anerkannt. Nun ist es aber eine stehende Klage, dass die Kenntniss der zum Studium einer naturwissenschaftlichen Disciplin nöthigen allgemeinen physikalischen Grundsätze nicht allzu häufig angetroffen wird.

Die Aufnahme dieser Grundsätze in das vorliegende Buch dürfte daher, in Verbindung mit einem gedrängten, aber leicht übersichtlichen Repetitorium der Mathematik, auch vielen Freunden der Elektrotechnik willkommen sein; vom Standpunkte des Lehrers ist die Verbindung dieser beiden Abschnitte mit dem Hauptthema eine nicht angezweifelte Nothwendigkeit.

Das »Repetitorium der Mathematik« umfasst so ziemlich das ganze Gebiet dieser exactesten aller Wissenschaften, so weit dieselbe zum Studium der mechanischen Physik nöthig ist. Die »Elektricitätslehre« wurde vollkommen elementar behandelt. Hie und da wurden zwar Einschübe mit Anwendung höherer Rechnung gemacht, doch sind dieselben »Petit« gedruckt, und können von dem, der sich damit nicht befassen will, ohne Nachtheil für das weitere Verständniss überschlagen werden.

Es scheint mir geboten hier eine Frage aufzuwerfen, die an dieser Stelle besprochen zu werden verdient: Warum ist die »Elektrotechnik« in den Lehrplan der Fortbildungsschule für Eisenbahnbeamte aufgenommen worden?

In erster Reihe wohl deswegen, weil die Bahnverwaltungen, stets gewohnt Neuerungen und Umwälzungen auf dem technischen Gebiete zu beachten und aufmerksam zu verfolgen, die Bedeutung der rapiden Fortschritte in der angewandten Elektricitätslehre richtig erkannten und würdigten. Während nun fast für alle technischen Specialfächer Lehrkanzeln an unseren Hochschulen bestehen, und man sich daher bei unserer freisinnigen und entgegenkommenden Schulgesetzgebung die einschlägigen Kenntnisse ohne formale Schwierigkeiten erwerben und wohl auch vervollständigen kann, ist der Elektrotechnik an den meisten Hochschulen das Bürgerrecht noch immer nicht zuerkannt worden. Die erfolgte Creirung von Lehrkanzeln für Elektrotechnik an einigen technischen Hochschulen kann, trotz der vortrefflichen Lehrkräfte, die hiefür gewonnen wurden, den allgemeinen Bedürfnissen in keiner Richtung entsprechen. Das Studium der Elektrotechnik ist daher noch immer dem Privatfleisse anheimgegeben; die Interessenten aber — und das sind die Eisenbahnverwaltungen wohl ganz entschieden und im grossen Maasse — werden dieses Specialfach den Fortbildungsschulen zuweisen, wie dies schon in so vielen Fällen geschehen ist.

Dieser Gesichtspunkt, sowie der Umstand, dass sich heutzutage wohl selten Jemand mehr der Einsicht verschliesst, welch' bedeutenden Einfluss das Studium naturwissenschaftlicher Fächer auf die geistige Bildung ausübt, und wie nöthig es ist, in gleichem Schritte mit der Entwickelung der allgemeinen Naturanschauung vorwärts zu schreiten, geben ausreichende Antworten auf die vorhin gestellte Frage. In der Fürsorge der Bahnverwaltungen aber, ihren Beamten die nöthige geistige Anregung zu weiterer allgemeiner und specieller Ausbildung zu bieten, ist ein beide Theile ehrendes Zeugniss gelegen — erstens für Jene, die eine solche Ausbildung als Bedürfniss empfinden und ernstlich suchen, zweiten

für Jene, die in selbstloser und munificenter Weise Gelegenheit bieten, diese Ausbildung ohne Schwierigkeiten zu finden.

Schliesslich darf nicht unterlassen werden, auf einen neuen Fortschritt in der Elektricitätslehre hinzuweisen, den wir allerdings der jüngsten Zeit verdanken. Es sind dies jene Beschlüsse, welche in der Pariser internationalen Conferenz (1884) bezüglich der elektrischen Maasseinheiten und der Lichteinheit gefasst wurden.

Dieselben ergänzen die in diesem Buche gegebenen Definitionen, bei denen ohnehin auf die in Aussicht stehenden Completirungen hingewiesen wurde.

Diese Beschlüsse lauten:

I. Bezüglich der elektrischen Maasseinheiten:

a) Ein Ohm sei gleich dem Widerstande einer Quecksilbersäule von 1 mm^2 Querschnitt und **106** Centimeter Länge bei der Temperatur des schmelzenden Eises.

b) Ein Ampère sei gleich jenem Strome, dessen absolutes Maass gleichkommt 10^{-1} Einheiten des elektromagnetischen Maasses in C. G. S.

c) Ein Volt sei gleich jener elektromotorischen Kraft, welche den Strom von der Intensität eines Ampère, in einem Leiter vom Widerstande eines Ohm zu unterhalten im Stande ist.

II. Bezüglich der Lichteinheit:

Die Einheit jeder einfachen Lichtart sei jene Lichtmenge derselben Gattung, welche in normaler Richtung von einem Quadratcentimeter geschmolzenen Platins bei der Temperatur des Erstarrungspunktes emittirt wird. Die Einheit des weissen Lichtes ist die Gesammtmenge des von derselben Quelle in normaler Richtung ausgehenden Lichtes.

Der Verfasser.

Inhalts-Verzeichniss.

A. Mathematik.

Elementar-Mathematik.

Elemente der Geometrie.

Elemente der analytischen Geometrie.

Elemente der höheren Mathematik.

Analytische Geometrie im Raume.

B. Elektricitätslehre.

I. Allgemeine physikalische Einleitung (Pkt. 1—100).

VII. Die Induction elektrischer Ströme (Pkt. 439—497).

VIII. Erhaltung der Kraft (Pkt. 498—510).

IX. Das Messen elektrischer Constanten (Pkt. 511—550).

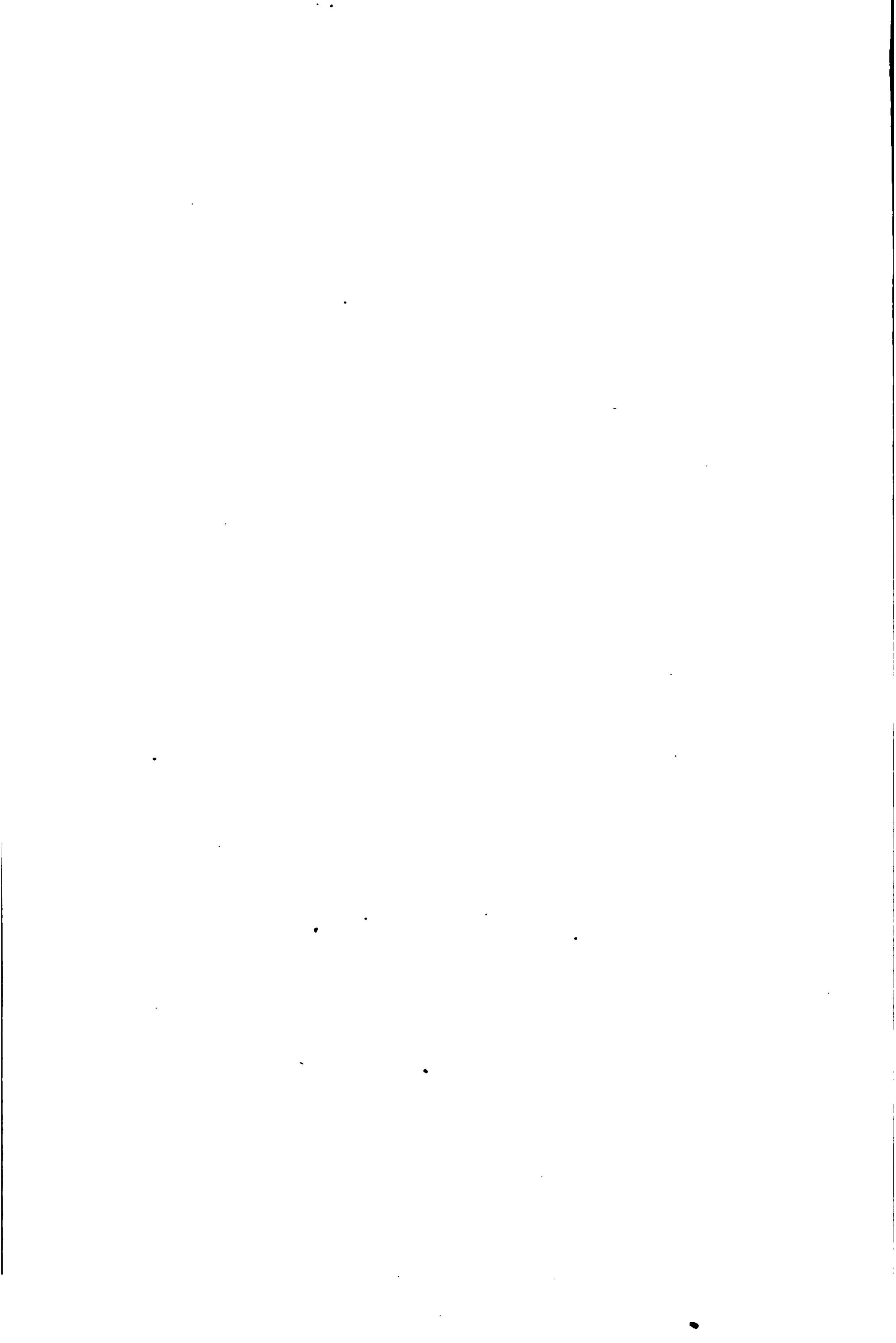
Tabellen.

Illustrations-Verzeichniss.

REPETITORIUM

der

Mathematatik und Elektricitäts-Lehre.



A.

MATHEMATIK.

Elementar-Mathematik.

Arithmetische Grundoperationen.

Addition.

$$\left.\begin{array}{r} a + b \\ c - d + f \end{array}\right\} \text{Summanden}$$

$$\overline{a + b + c - d + f} \quad \text{Summe}$$

Subtraction.

$M - S = R$	$M =$ Minuend
$M = R + S$	$S =$ Subtrahend
$(R + S) - S = R$	$R =$ Rest
$M - R = S$	

Multiplication.

Monom mit Monom.

$$a \times b = a\,b$$

$$a \times b \times c \times d \ldots. = a\,b\,c\,d \ldots.$$

$$a^2 \times a = a^3$$

$$a^2 \times a^3 \times b^4 \times c^7 = a^5\,b^4\,c^7$$

Polynom mit Monom.

$$(a + b - c) \times d = a\,d + b\,d - c\,d$$

Polynom mit Polynom.

$$(a + b) \times (c + d) = a\,c + b\,c + a\,d + b\,d$$

Division.

$$D : d = q$$
$$D = d\,q$$
$$D : q = d$$
$$a : a = 1$$
$$(A + B) : d = A : d + B : d = \frac{A + B}{d}$$
$$\frac{m \,.\, A}{d} = m \,.\, \frac{A}{d}$$
$$a^2 : a = a$$
$$(a^2 + 2\,a\,b + b^2) : (a + b) = a + b$$
$$\begin{array}{l} \;\;a^2 + \;\;a\,b \\ - \;\;\; - \\ \hline \;\;a\,b + b^2 \\ \;\;a\,b + b^2 \\ - \;\;\; - \\ \hline \end{array}$$

Der Bruch.

$$a : n = \frac{a}{n} \quad \text{einfacher Bruch}$$
$$\frac{\frac{a}{n}}{\frac{b}{m}} = \frac{a : n}{b : m} \quad \text{zusammengesetzter Bruch}$$
$$a + \frac{m}{n} = \frac{a\,n + m}{n} \quad \text{gemischte Zahl}$$
$$\frac{n}{m} \,.\, a = \frac{a\,n}{m}$$
$$\frac{a}{n} : m = \frac{a}{n \,.\, m} = \frac{a : m}{n}$$

Addition von Brüchen.

$$\frac{a}{a + x} + \frac{a}{a - x} = \frac{a\,(a - x) + a\,(a + x)}{(a + x)\,(a - x)} = \frac{2\,a^2}{a^2 - x^2}$$

Subtraction von Brüchen.

$$\frac{a}{a + x} - \frac{a}{a - x} = \frac{a\,(a - x) - a\,(a + x)}{(a + x)\,(a - x)} = \frac{2\,a\,x}{x^2 - a^2}$$

Multiplication von Brüchen.

$$a \times \frac{m}{n} = \frac{a\,m}{n}$$

$$\frac{p}{q} \cdot \frac{m}{n} = \frac{m\,p}{n\,q}$$

Division von Brüchen.

$$A : \frac{a}{b} = x \quad , \quad x = \frac{A\,b}{a}$$

$$\frac{p}{q} : \frac{a}{b} = \frac{p}{q} \times \frac{b}{a} = \frac{p\,b}{q\,a}$$

Potenzen und Wurzelgrössen.

Potenzen.

$$a^{m} \cdot a^{-n} = a^{m-n}$$

$$a^{-m} \cdot a^{-n} = a^{-m-n}$$

$$\frac{a^{m}}{a^{-n}} = a^{m-(-n)}$$

$$\frac{a^{-m}}{a^{-n}} = a^{-m-(-n)}$$

$$(a^{\pm m})^{-n} = a^{\pm m \cdot (-n)}$$

$$\left(\frac{a^{m}}{b^{n}}\right)^{p} = \frac{a^{m p}}{b^{n p}}$$

$$\left(\frac{a^{m}}{b^{n}}\right)^{-p} = \frac{a^{m \cdot -p}}{b^{n \cdot -p}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^{m}$$

$$(-a)^{\pm 2n} = +a^{\pm 2n}$$

$$(-a)^{\pm 2n \pm 1} = -a^{\pm 2n \pm 1}$$

Wurzelgrössen.

$$\sqrt[n]{a} = \alpha \;,\; a = \alpha^{n}$$

$$(\sqrt[n]{a})^{n} = \sqrt[n]{a^{n}} = a$$

$$a \gtreqless b$$

$$\sqrt[n]{a} \gtreqless \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a \,.\, b} = \sqrt[n]{a} \,.\, \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n} \,.\, \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \,.\, b}$$

$$\sqrt[n]{a^{-r}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^r}}$$

$$\sqrt[-n]{a^r} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^r}}$$

$$a^{\frac{p}{n}} = \sqrt[n]{a^p}$$

$$\sqrt[n]{b^r} = \sqrt[m \,.\, n]{b^{r \,.\, m}}$$

$$\sqrt[n]{b^r} = \sqrt[\frac{n}{m}]{b^{\frac{r}{m}}}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \,.\, m]{a}$$

$$(\sqrt[n]{a})^r = \sqrt[\frac{n}{r}]{a}$$

$$\sqrt[\frac{n}{m}]{a^p} = \sqrt[\frac{n}{m} \,.\, m]{a^{p \,.\, m}} = \sqrt[n]{a^{m p}}$$

$$\sqrt[n]{a^r} \,.\, \sqrt[m]{a^p} = \sqrt[m \,.\, n]{a^{m r + n p}}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a^r}}{\sqrt[m]{a^p}} = \sqrt[m \,.\, n]{a^{m r - n p}}$$

$$\left(\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\right)^r = \frac{\sqrt[n]{a^r}}{\sqrt[n]{b^r}}$$

$$\sqrt[m]{(\sqrt[n]{a^p})^r} = \sqrt[m.n]{a^{rp}}$$

Imaginäre Grössen.

$$\sqrt[2n]{-A} = \sqrt[2n]{A} \, . \, \sqrt{-1}$$

$$\sqrt[2n]{A} = a$$

$$a\sqrt[2n]{-1} \quad \text{allgemeine Form}$$

$$\sqrt{-a} \, . \, \sqrt{-b} = -\sqrt{a\,b}$$

$$\sqrt{-a} \, . \, \sqrt{-b} \, . \, \sqrt{-c} = -\sqrt{a\,b\,c}\,\sqrt{-1}$$

$$\sqrt[4]{-a}\,\sqrt[4]{-a} = \sqrt{a} \, . \, \sqrt{-1}$$

$$\sqrt[6]{-a} \, . \, \sqrt[6]{-a} = -\sqrt[3]{a}$$

$$\frac{\sqrt{-a^2}}{\sqrt{-a}} = \sqrt{a}$$

$$\frac{\sqrt[4]{-a^2}}{\sqrt{-a}} = \sqrt[4]{-1}$$

$$(\sqrt[2n]{-a})^{2n} = -a$$

$$(\sqrt[2n]{-a})^{2m} = \sqrt[n]{(-a)^m}$$

$$(\sqrt{-1})^{4p} = +1$$

$$(\sqrt{-1})^{4p+2} = -1$$

$$(\sqrt{-1})^{4p+1} = +\sqrt{-1}$$

$$(\sqrt{-1})^{4p+3} = -\sqrt{-1}$$

Potenzen mehrgliedriger Ausdrücke.

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2\,a\,b + b^2$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3\,a^2\,b + 3\,a\,b^2 \pm b^3$$

Ausziehen der Quadratwurzel.

$$\sqrt{a^2 + 2ab + b^2} = a + b$$
$$- a^2$$
$$2ab + b^2 : 2a = b$$
$$- 2ab \pm b^2$$
$$0$$

$$\sqrt{15{,}21} = 39$$
$$621 : [3.2 = 6] = 69$$
$$621$$

Proportionen.

Verhältnisse.

$$\frac{a}{b} = q$$

$$\frac{a\,m}{b\,m} = q$$

$$\frac{a : m}{b : m} = q$$

$$a : b = q \quad , \quad c : d = q \quad , \quad e : f = q$$
$$a = b\,q \quad , \quad c = d\,q \quad , \quad e = f\,q$$
$$a + c + e = q\,[b + d + f]$$
$$(a + c + e) : (b + d + f) = a : b = c : d = e : f$$
$$(a - c) : (b - d) = a : b = c : d$$
$$\frac{a}{b} = p \quad , \quad \frac{c}{d} = q \quad , \quad \frac{e}{f} = r$$
$$\frac{a\,c\,e}{b\,d\,f} = p\,q\,r$$
$$a^m : b^m = q^m : 1$$
$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{q} : 1$$

Geometrische Proportionen.

$$a : b = c : d \quad , \quad a\,d = b\,c$$
$$b = c \quad , \quad a\,d = b^2$$
$$a : b = c : d \quad , \quad d = \frac{b\,c}{a}$$

$$ma : mb = c : d$$

$$\frac{a}{n} : \frac{b}{n} = c : d$$

$$(a \pm b) : a = (c \pm d) : c$$

$$(a + b) : (a - b) = (c + d) : (c - d)$$

$$\begin{array}{c} a : b = c : d \\ e : f = g : h \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \end{array}$$

$$ae\ldots : bf\ldots = cg\ldots : dh\ldots$$

$$a^m : b^m = c^m : d^m$$

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} : \sqrt[n]{c} : \sqrt[n]{d}$$

Logarithmen.

$b^x = z$ $\quad x =$ Logarithmus von z, $b =$ Basis

$$x = \log. z$$

$b = 10$ Brigg'sche Logarithmen [log. z]

$e = 27182818\ldots$ natürliche Logarithmen [log. n. $z = l\,z$]

$$z = b^x \quad , \quad x = \log. z$$

$$b^o = 1 \quad , \quad \log. 1 = o$$

$$\log. b = 1$$

$$\log. abcd\ldots. = \log. a + \log. b + \ldots.$$

$$\log. \frac{a}{b} = \log. a - \log. b$$

$$\log. a^n = n \log. a$$

$$\log. \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log. a$$

Gleichungen.

Grundregeln.

$$A = B \quad , \quad B = A$$

$$x + a = b - x$$

$$x + x' = b - a = 2x$$

$$a - c = b - d$$

$$-a + c = -b + d$$

$$a + b = c - d$$

$$a + b - c + d = o$$

$$a = b \quad , \quad m\,a = m\,b$$
$$» \qquad \frac{a}{m} = \frac{b}{m}$$
$$» \qquad a^n = b^n$$
$$» \qquad \sqrt[n]{a} = \sqrt[a]{b}$$

Ist $a + b + c = o$, so ist $a = o$, $b = o$, $c = o$

$a + b\sqrt{-1} = \alpha + \beta\sqrt{-1}$, so ist $a = \alpha$ und $b = \beta$

Auflösung der Gleichungen.

Gleichungen mit einer Unbekannten.

$$(x + a)(x - b) = (2a - x)(b - x) + c$$
$$x = b + \frac{c}{3a}$$

Gleichungen mit zwei Unbekannten.

I. Comparationsmethode.

$$1) \quad a\,x + b\,y = c$$
$$2) \quad a^1 x + b^1 y = c^1$$

Aus 1) 2) $x = \dfrac{c - b\,y}{a} = \dfrac{c^1 - b^1 y}{a^1}$

$$\begin{cases} x = \dfrac{b\,c^1 - b^1 c}{a^1 b - a\,b^1} \\ y = \dfrac{a^1 c - a\,c^1}{a^1 b - a\,b^1} \end{cases}$$

II. Substitutionsmethode.

Aus 1) $y = \dfrac{c - a\,x}{b}$ und in 2) substituirt

$$a^1 x + b^1 \cdot \frac{c - a\,x}{b} = c^1$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{b^1 c - b\,c^1}{a\,b^1 - a^1 b} \\ y = \dfrac{a^1 c - a\,c^1}{a^1 b - a\,b^1} \end{cases}$$

III. Eliminationsmethode.

$$a\,b^1 x + b\,b^1 y = c\,b^1$$
$$a^1 b\,x + b\,b^1 y = c^1 b$$
$$\overline{x\,(a\,b^1 - a^1 b) = b^1 c - b\,c^1}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{b^1 c - b c^1}{a b^1 - a^1 b} \\ y = \dfrac{a^1 c - a c^1}{a^1 b - a b^1} \end{cases}$$

IV. Bézout'sche Methode.

$$m a x + m b y = m c \qquad \text{2) dazu addirt}$$

$$(m a + a^1) x + (m b + b^1) y = m c + c^1$$

$$m b + b^1 = o \quad , \quad m = - \frac{b^1}{b}$$

$$\left(- \frac{b^1}{b} a + a^1\right) x = - \frac{b^1 c}{b} + c^1$$

$$x = \frac{b^1 c - b c^1}{a b^1 - a^1 b}$$

$$y = \frac{a^1 c - a c^1}{a^1 b - a b^1}$$

Quadratische Gleichungen.

$$a x^2 + n = m - b x^2$$

$$(a + b) x^2 = m - n$$

$$x^2 = \frac{m - n}{a + b}$$

$$x^2 + P x + Q = o \quad , \quad x = y - \frac{1}{2} P$$

$$y = \pm \frac{1}{2} \sqrt{P^2 - 4 Q}$$

$$x = \frac{- P \pm 1 \sqrt{P^2 - 4 Q}}{2}$$

Progressionen.

Arithmetische Progressionen.

$$S = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n + \ldots$$

$$S_n = u_1 + (u_1 + \delta) + (u_2 + 2 \delta) + \ldots + [u_n + (n - 1) \delta] + \ldots$$

$$S_n = n u_1 + \frac{n (n - 1)}{2} \delta \quad , \quad u_n = u_1 + (n - 1) \delta$$

Polygonalzahlen.

3-eckszahlen $= \frac{n(n+1)}{2}$

4 » $= n^2$

5 » $= \frac{n(3n-1)}{2}$

6 » $= n(2n-1)$

7 » $= \frac{n(5n-3)}{2}$

.
.
.

N $= \frac{(N-2)n^2 - (N-4)n}{2}$

Geometrische Progressionen.

$$S = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots, + u_n + \ldots$$

$$S = u_1 + u_1 q + u_1 q^2 + \ldots, + u_1 q^n + \ldots$$

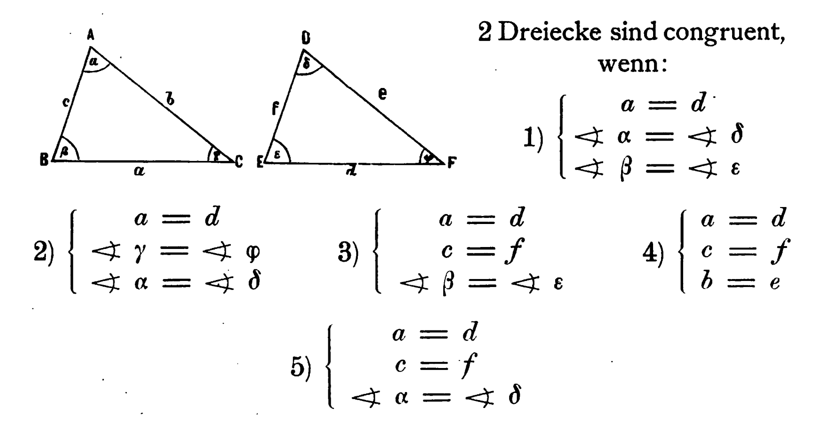
$$u_n = u_1 q^{n-1}, \quad u_1 = \frac{u_n}{q^{n-1}}, \quad q = \sqrt[n-1]{\frac{u_n}{u_1}}$$

Elemente der Geometrie.

Ebene Geometrie.

Congruenzsätze.

I. Congruenz der Dreiecke.



2 Dreiecke sind congruent, wenn:

1) $\begin{cases} a = d \\ \sphericalangle\,\alpha = \sphericalangle\,\delta \\ \sphericalangle\,\beta = \sphericalangle\,\varepsilon \end{cases}$

2) $\begin{cases} a = d \\ \sphericalangle\,\gamma = \sphericalangle\,\varphi \\ \sphericalangle\,\alpha = \sphericalangle\,\delta \end{cases}$

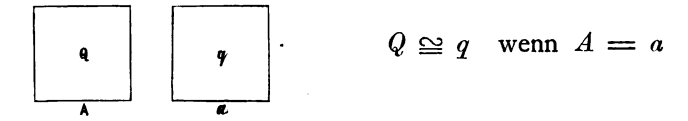
3) $\begin{cases} a = d \\ c = f \\ \sphericalangle\,\beta = \sphericalangle\,\varepsilon \end{cases}$

4) $\begin{cases} a = d \\ c = f \\ b = e \end{cases}$

5) $\begin{cases} a = d \\ c = f \\ \sphericalangle\,\alpha = \sphericalangle\,\delta \end{cases}$

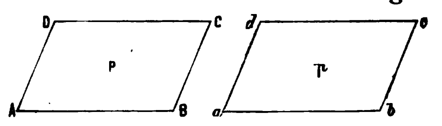
II. Congruenz der Vierecke.

Quadrat.



$Q \cong q$ wenn $A = a$

Parallelogramm.



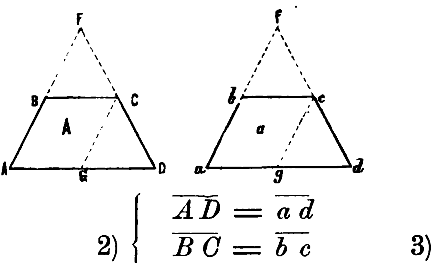
$$P \cong p \quad \text{wenn}$$

$$\overline{AB} = \overline{ab}$$

$$\overline{AD} = \overline{ad}$$

$$\sphericalangle A = \sphericalangle a$$

Antiparallelogramm.

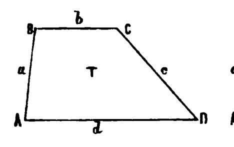


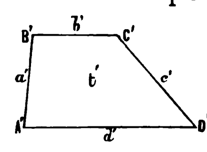
$$A \cong a \quad \text{wenn}$$

$$1) \begin{cases} \overline{AD} = \overline{ad} \\ \overline{AB} = \overline{ab} \\ \sphericalangle A = \sphericalangle a \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \overline{AD} = \overline{ad} \\ \overline{BC} = \overline{bc} \\ \sphericalangle A = \sphericalangle a \end{cases} \qquad 3) \begin{cases} \overline{AD} = \overline{ad} \\ BC = bc \\ AB = ab \end{cases}$$

Trapez.





$$T \cong t \quad \text{wenn}$$

$$1) \begin{cases} a = a' \\ d = d' \\ \sphericalangle A = \sphericalangle A' \\ \sphericalangle D = \sphericalangle D' \end{cases}$$

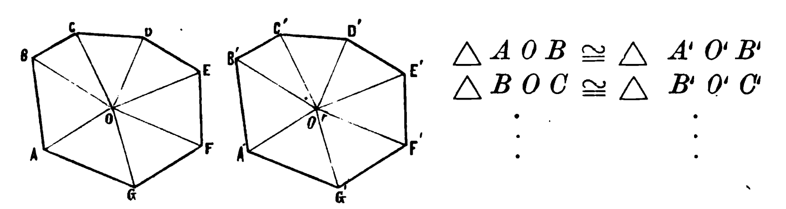
$$2) \begin{cases} a = a' \\ d = d' \\ b = b' \\ \sphericalangle A = \sphericalangle A' \end{cases} \qquad 3) \begin{cases} a = a' \\ c = c' \\ d = d' \\ \sphericalangle A = \sphericalangle A' \end{cases} \qquad 4) \begin{cases} a = a' \\ b = b' \\ c = c' \\ d = d' \end{cases}$$

Trapezoid.

$$1) \begin{cases} a = a' \\ d = d' \\ \sphericalangle A = \sphericalangle A' \\ \sphericalangle B = \sphericalangle B' \\ \sphericalangle C = \sphericalangle C' \end{cases}$$

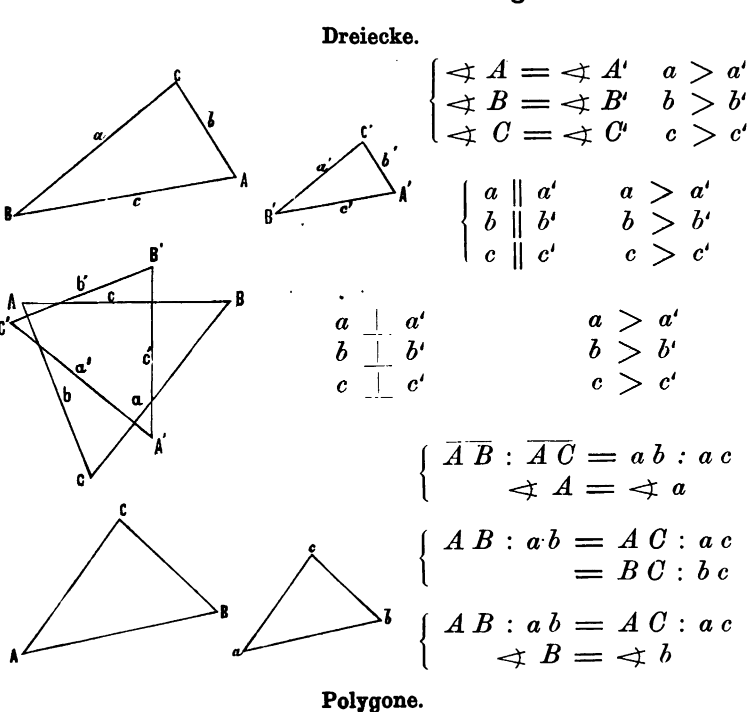
$$2) \begin{cases} a = a' \\ d = d' \\ b = b' \\ \sphericalangle A = \sphericalangle A' \\ \sphericalangle B = \sphericalangle B' \end{cases} \quad 3) \begin{cases} a = a' \\ b = b' \\ c = c' \\ d = d' \\ \sphericalangle A = \sphericalangle A' \end{cases} \quad 4) \begin{cases} a = a' \\ b = b' \\ c = c' \\ d = d' \\ f = f' \end{cases} \quad 5) \begin{cases} d = d' \\ f = f' \\ g = g' \\ \sphericalangle \alpha = \sphericalangle \alpha' \\ \sphericalangle \beta = \sphericalangle \beta' \end{cases}$$

III. Congruenz der Polygone.

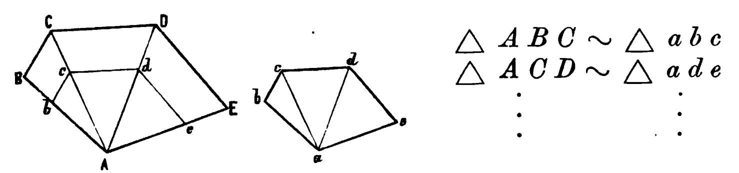


Aehnlichkeit der ebenen Figuren.

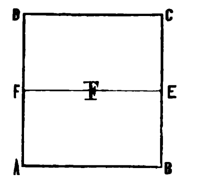
Dreiecke.

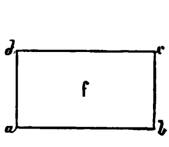


Polygone.

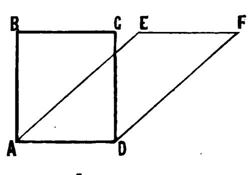


Flächeninhalt ebener Figuren.

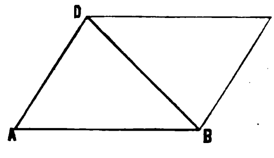




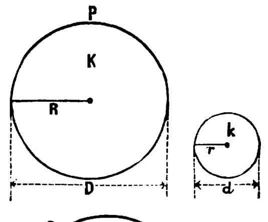
$$F : f = \overline{AD} : \overline{ad}$$



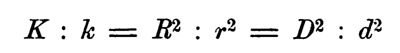
$$\text{Fl. } ABCD = \text{Fl. } ADEF$$



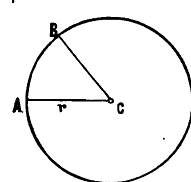
$$\text{Fl. } ABD = \frac{1}{2}\text{ Fl. } ABCD$$



$$\text{Fl. } KR = \frac{1}{2}\, PR$$



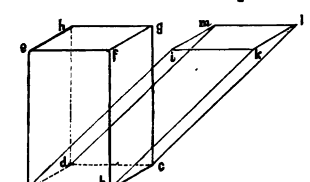
$$K : k = R^2 : r^2 = D^2 : d^2$$



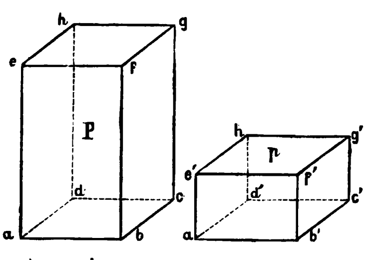
$$\text{Fl. } ABC = \frac{1}{2}\, r \,.\, arc \,.\, AB$$

Stereometrie.

Körperinhalte eckiger Körper.

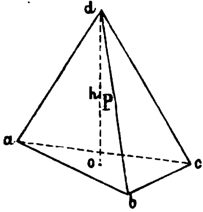


$$\text{vol. } abcdefgh = \text{vol. } abcdiklm$$

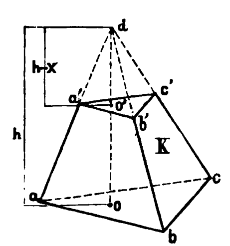


$$\text{Fl. } a\,b\,c\,d = \text{Fl. } a'\,b'\,c'\,d'$$

$$\text{vol. } P : \text{vol. } p = a\,e : a'\,e'$$



$$\text{vol. } P = \text{Fl. } a\,b\,c \,.\, \frac{h}{3}$$

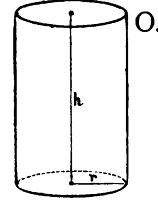


$$\text{Fl. } a\,b\,c = A$$
$$\text{Fl. } a'\,b'\,c' = A'$$

$$\text{vol. } K = \frac{1}{3}\,[A\,h - A^1\,(h - x)]$$

Körperinhalte runder Körper.

Oberflächen.

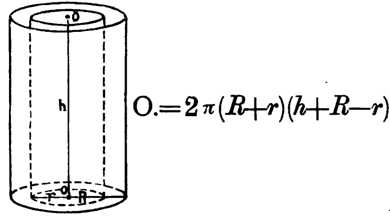


$\text{O.} = 2\,r\,\pi\,(h + r)$

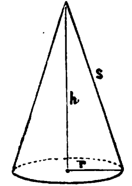
Gleichseitiger Cylinder

$h = 2\,r$

$\text{O.} = 6\,r^2\,\pi$



$\text{O.} = 2\,\pi\,(R + r)(h + R - r)$



$\text{O.} = r\,\pi\,(r + s)$

Gleichseitiger Kegel

$s = 2\,r$

$\text{O.} = 3\,r^2\,\pi$

$\text{O.} = 4\,r^2\,\pi$

Volumen.

Cylinder $V = r^2 \pi \cdot h$

Kegel $V = r^2 \pi \cdot \frac{h}{3}$

Kugel $V = \frac{4}{3} r^3 \pi$

Goniometrie und Trigonometrie.

Goniometrische Formeln.

Grad	0	90	180	270	360
sin	0	+ 1	0	— 1	0
cos	+ 1	0	— 1	0	+ 1
tg	0	∞	0	∞	0
cotg	∞	0	∞	0	∞

Vergleichung der goniometrischen Linien desselben Winkels.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \qquad \operatorname{cotg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\sec^2 \alpha = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha \qquad \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{cosec}^2 \alpha = 1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha \qquad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \qquad \operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Ist $\sin \alpha = a$ gegeben, so ist

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - a^2} \qquad \sec \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - a^2}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{\sqrt{1 - a^2}} \qquad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{a}$$

$$\operatorname{cotg} \alpha = \frac{\sqrt{1 - a^2}}{a}$$

Formeln, in welchen zwei Winkel vorkommen.

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$
$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$
$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \,.\, \operatorname{tg}\beta}$$
$$\operatorname{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{cotg}\alpha\operatorname{cotg}\beta \mp 1}{\operatorname{cotg}\alpha \pm \operatorname{cotg}\beta}$$
$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$
$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$
$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$
$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$
$$\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$$
$$\operatorname{cotg}\alpha \pm \operatorname{cotg}\beta \; \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin\alpha\sin\beta}$$
$$\sin^2\alpha - \sin^2\beta = \cos^2\beta - \cos^2\alpha = \sin(\alpha + \beta)\sin(\alpha - \beta)$$
$$\cos^2\alpha - \sin^2\beta = \cos^2\beta - \sin^2\alpha = \cos(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta)$$
$$2\sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$$
$$2\cos\alpha\cos\beta = \cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)$$
$$2\sin\alpha\cos\beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$$
$$\frac{\sin\alpha + \sin\beta}{\sin\alpha - \sin\beta} = \operatorname{tg}\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\operatorname{cotg}\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$
$$\frac{\cos\alpha + \cos\beta}{\cos\alpha - \cos\beta} = -\operatorname{cotg}\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\operatorname{cotg}\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$
$$\frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)}$$
$$\frac{\sin\alpha \pm \sin\beta}{\cos\alpha + \cos\beta} = \operatorname{tg}\frac{1}{2}(\alpha \pm \beta)$$

$$\frac{\sin\alpha \pm \sin\beta}{\cos\alpha - \cos\beta} = - \operatorname{cotg}\frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{cotg}\alpha \pm \operatorname{cotg}\beta} = \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta$$

Formeln, in welchen ein Winkel vorkommt.

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$$

$$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha\cos^2\alpha - \sin^3\alpha$$

$$\sin n\alpha = n\sin\alpha\cos^{n-1}\alpha - (n)_3\sin^3\alpha\cos^{n-3}\alpha + \\ + (n)_5\sin^5\alpha\cos^{n-5}\alpha - \;\ldots\ldots$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$\cos 3\alpha = \cos^3\alpha - 3\sin^2\alpha\cos\alpha$$

$$\cos n\alpha = \cos^n\alpha - (n)_2\sin^2\alpha\cos^{n-2}\alpha + (n)_4\sin^4\alpha\cos\alpha^{n-4} - \ldots$$

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$\operatorname{tg} 3\alpha = \frac{3\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}^3\alpha}{1 - 3\operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$\operatorname{cotg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2\alpha - 1}{2\operatorname{cotg}\alpha}$$

$$\operatorname{cotg} 3\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^3\alpha - 3\operatorname{cotg}\alpha}{3\operatorname{cotg}^2\alpha - 1}$$

$$\sin\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$\sin\alpha \pm \cos\alpha = \sqrt{1 \pm \sin 2\alpha}$$

Potenzen von sin. und cos.

$$2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2 \alpha$$
$$2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2 \alpha$$
$$4 \sin^3 \alpha = - \sin 3 \alpha + 3 \sin \alpha$$
$$4 \cos^3 \alpha = \cos 3 \alpha + 3 \cos \alpha$$

Formeln zwischen drei Winkeln, deren Summe 180° beträgt.

$$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}$$
$$\sin \alpha + \sin \beta - \sin \gamma = 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}$$
$$\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 1 + 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}$$
$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma + 2$$
$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta - \sin^2 \gamma = 2 \cdot \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma$$
$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \alpha \,.\, \operatorname{tg} \beta \,.\, \operatorname{tg} \gamma$$
$$\operatorname{cotg} \alpha + \operatorname{cotg} \beta + \operatorname{cotg} \gamma = \operatorname{cotg} \alpha \,.\, \operatorname{cotg} \beta \,.\, \operatorname{cotg} \gamma$$
$$\operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta + \operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \gamma + \operatorname{cotg} \beta \operatorname{cotg} \gamma = 1$$

Trigonometrische Berechnung ebener Dreiecke.

$$s = \frac{a + b + c}{2}$$
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2 r$$
$$\begin{cases} a = b \cos \gamma + c \cos \beta \\ b = c \cos \alpha + a \cos \gamma \\ c = a \cos \beta + b \cos \beta \end{cases}$$
$$\varrho = 4 r \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} = \frac{a b c}{4 r s}$$
$$(a + b) \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) = c \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$$
$$(a - b) \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) = c \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$$

$$\frac{a + b}{a - b} = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} (\alpha + \beta)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} (\alpha - \beta)}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a \sin \gamma}{b - a \cos \gamma}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\, b\, c \cos \alpha = (b + c)^2 - 4\, b\, c \cos^2 \frac{1}{2} \alpha$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s - b)\,(s - c)}{b\, c}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{s\,(s - a)}{b\, c}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s - b)\,(s - c)}{s\,(s - a)}} = \frac{\varrho}{s - a}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = \frac{\varrho}{s - b}$$

$$\varrho = \sqrt{\frac{(s - a)\,(s - b)\,(s - c)}{s}}$$

Flächeninhalt $F = \frac{1}{2} a \,.\, b \sin \gamma$

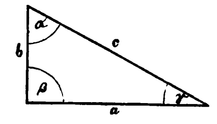
$$= \frac{a^2 \sin \beta \sin \gamma}{2 \sin \alpha} = 2\, r^2 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$$

$$= \varrho^2 \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{cotg} \frac{\beta}{2} \operatorname{cotg} \frac{\gamma}{2}$$

$$= \sqrt{s\,(s - a)\,(s - b)\,(s - c)}$$

$$= \frac{a\, b\, c}{4\, r} = \varrho\, s$$

Für das rechtwinklige Dreieck.



$$a = c \sin \alpha = c \cos \beta$$
$$b = c \cos \alpha = c \sin \beta$$
$$a = b \operatorname{tg} \alpha = b \operatorname{cotg} \beta$$
$$b = a \operatorname{cotg} \alpha = b \operatorname{tg} \beta$$

$$\text{Flächeninhalt } F = \frac{1}{2} a b = \frac{1}{2} a^2 \operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{2} b^2 \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{4} c^2 \sin 2\alpha$$

Reguläre Polygone.

F = Flächeninhalt
U = Umfang
a = Seite
r = Radius des eingeschriebenen Kreises
R = Radius des umgeschriebenen Kreises
n = Seitenanzahl

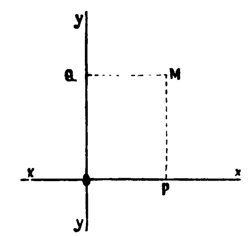
$$F = \frac{n}{4} a^2 \operatorname{cotg} \frac{\pi}{n} = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{2\pi}{n} = n r^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}$$

$$U = n \cdot a = 2 n R \sin \frac{\pi}{n} = 2 n r \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}$$

Elemente der analytischen Geometrie.

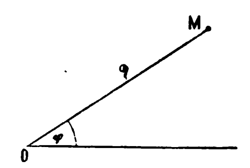
Analytische Bestimmung eines Punktes.

Rechtwinklige Coordinaten.

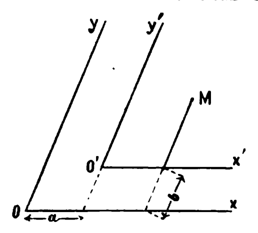


$$M \left.\begin{array}{l} MQ = x \\ MP = y \end{array}\right\} M$$

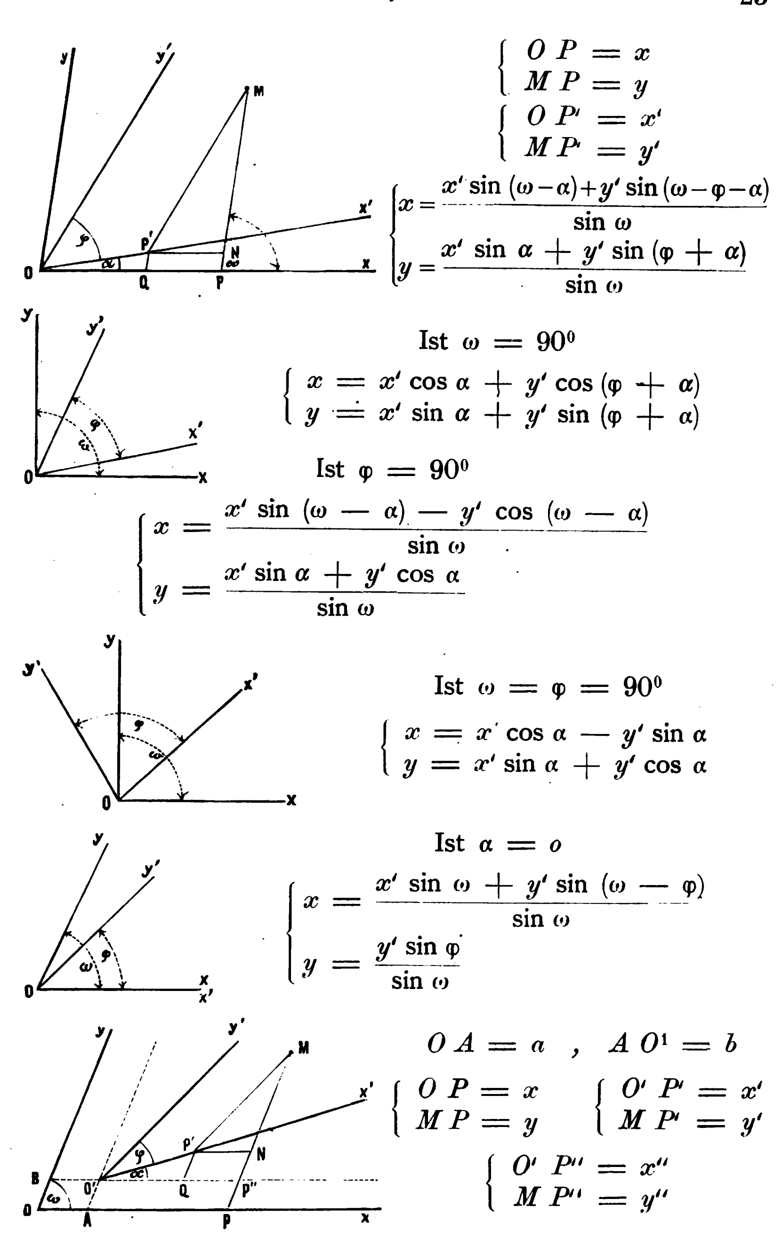
Polar-Coordinaten.



Transformation der Coordinaten.



$$M \left\{\begin{array}{l} x = a + x' \\ y = b + y' \end{array}\right.$$



$$\begin{cases} OP = x \\ MP = y \end{cases} \qquad \begin{cases} OP' = x' \\ MP' = y' \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' \sin(\omega-\alpha) + y' \sin(\omega-\varphi-\alpha)}{\sin \omega} \\[2ex] y = \dfrac{x' \sin \alpha + y' \sin(\varphi+\alpha)}{\sin \omega} \end{cases}$$

Ist $\omega = 90^0$

$$\begin{cases} x = x' \cos \alpha + y' \cos(\varphi + \alpha) \\ y = x' \sin \alpha + y' \sin(\varphi + \alpha) \end{cases}$$

Ist $\varphi = 90^0$

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' \sin(\omega - \alpha) - y' \cos(\omega - \alpha)}{\sin \omega} \\[2ex] y = \dfrac{x' \sin \alpha + y' \cos \alpha}{\sin \omega} \end{cases}$$

Ist $\omega = \varphi = 90^0$

$$\begin{cases} x = x' \cos \alpha - y' \sin \alpha \\ y = x' \sin \alpha + y' \cos \alpha \end{cases}$$

Ist $\alpha = o$

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' \sin \omega + y' \sin(\omega - \varphi)}{\sin \omega} \\[2ex] y = \dfrac{y' \sin \varphi}{\sin \omega} \end{cases}$$

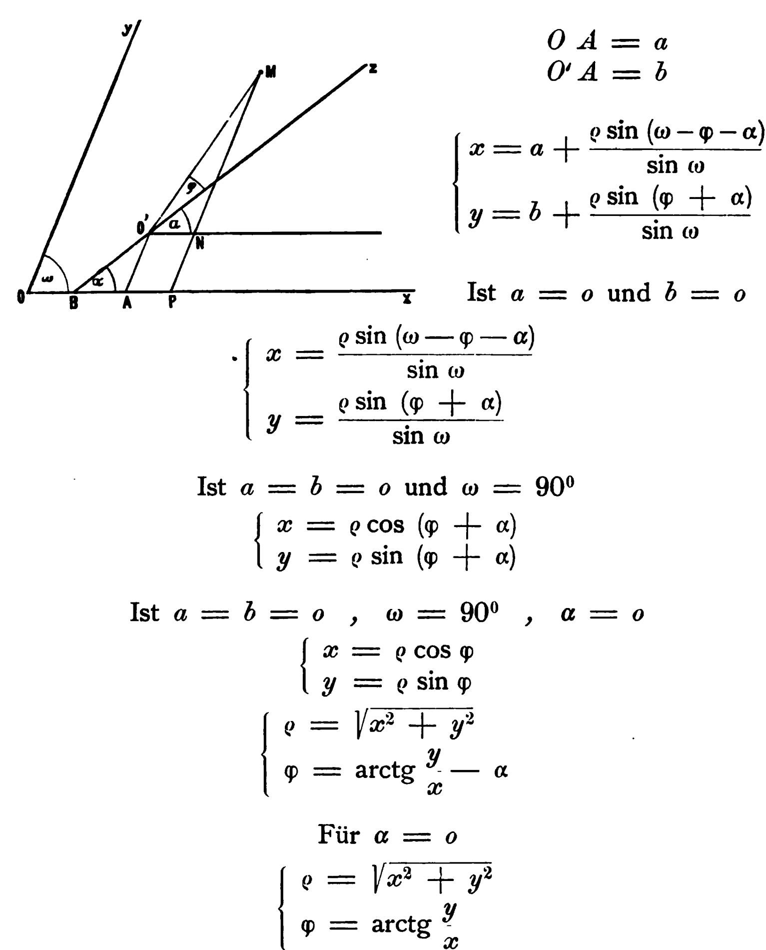
$OA = a \quad , \quad AO^1 = b$

$$\begin{cases} OP = x \\ MP = y \end{cases} \qquad \begin{cases} O'P' = x' \\ MP' = y' \end{cases}$$

$$\begin{cases} O'P'' = x'' \\ MP'' = y'' \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = a + x'' = a + \dfrac{x' \sin(\omega - \alpha) + y' \sin(\omega - \varphi - \alpha)}{\sin \omega} \\ y = b + y'' = b + \dfrac{x' \sin \alpha + y' \sin(\varphi + \alpha)}{\sin \omega} \end{cases}$$

Transformirung der orthogonalen oder schiefwinkligen Coordinaten auf Polar-Coordinaten.



$$O\,A = a$$
$$O'A = b$$

$$\begin{cases} x = a + \dfrac{\varrho \sin(\omega - \varphi - \alpha)}{\sin \omega} \\ y = b + \dfrac{\varrho \sin(\varphi + \alpha)}{\sin \omega} \end{cases}$$

Ist $a = o$ und $b = o$

$$\begin{cases} x = \dfrac{\varrho \sin(\omega - \varphi - \alpha)}{\sin \omega} \\ y = \dfrac{\varrho \sin(\varphi + \alpha)}{\sin \omega} \end{cases}$$

Ist $a = b = o$ und $\omega = 90^0$

$$\begin{cases} x = \varrho \cos(\varphi + \alpha) \\ y = \varrho \sin(\varphi + \alpha) \end{cases}$$

Ist $a = b = o$, $\omega = 90^0$, $\alpha = o$

$$\begin{cases} x = \varrho \cos \varphi \\ y = \varrho \sin \varphi \end{cases}$$

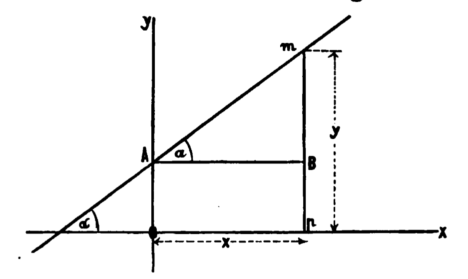
$$\begin{cases} \varrho = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \varphi = \operatorname{arctg} \dfrac{y}{x} - \alpha \end{cases}$$

Für $\alpha = o$

$$\begin{cases} \varrho = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \varphi = \operatorname{arctg} \dfrac{y}{x} \end{cases}$$

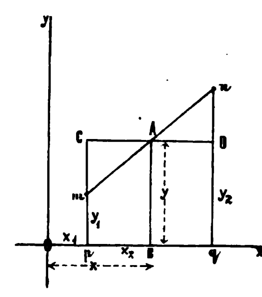
Analytische Bestimmung einer Linie.

Gleichung der Geraden.



$$y = a\,x + b$$
$$(a = \operatorname{tg}\,\alpha)$$

Coordinaten des Halbirungspunktes.



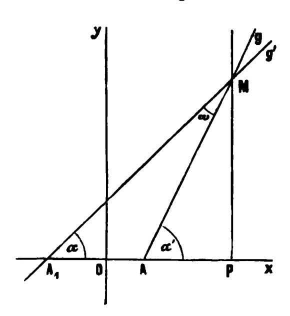
$$\begin{cases} x = \dfrac{x_1 + x_2}{2} \\ y = \dfrac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}$$

Gleichung einer Geraden, die durch einen Punkt geht.

Punkt $M \begin{cases} x_1 \\ y_1 \end{cases}$ Gerade $y = a\,x + b$

$$y - y_1 = a\,(x - x_1)$$

Gleichung einer Geraden, die durch zwei Punkte geht.



$$y - y' = \frac{y' - y''}{x' - x''}\,(x - x')$$

Coordinaten des Durchschnittspunktes.

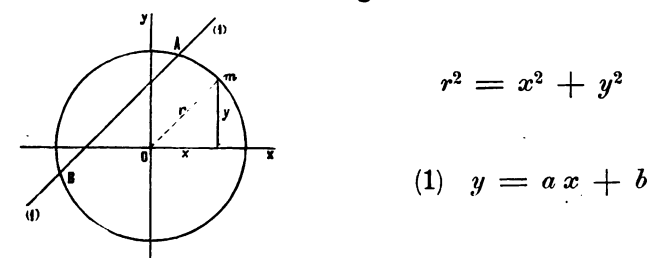
$$\begin{cases} x' = \dfrac{b' - b}{a - a'} \\ y = \dfrac{a\,b' - a'\,b}{a - a'} \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} A_1\, g' \ldots y = a'x + b' \\ A\, g \ldots\ldots y = a x + b \end{array}\right\} \text{Gegeben}$$

Ist $a' = a$, so sind die beiden Geraden $\parallel$

Ist $a' = -\frac{1}{a}$, sind die beiden Geraden $\perp$ aufeinander.

Gleichung des Kreises.



$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$(1) \quad y = a x + b$$

Gleichung der Durchschnittspunkte einer Geraden mit dem Kreise.

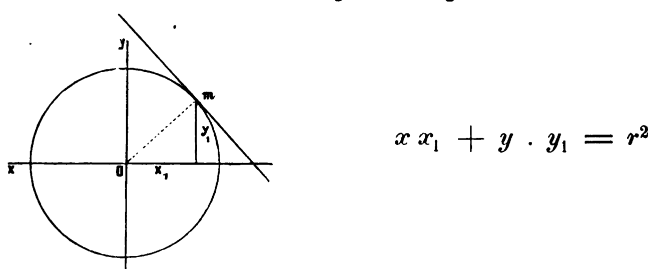
$$A \begin{cases} x_1 = \dfrac{-ab + \sqrt{r^2(1 + a^2) - b^2}}{1 + a^2} \\[2ex] y_1 = \dfrac{b + a\sqrt{r^2(1 + a^2) - b^2}}{1 + a^2} \end{cases}$$

$$B \begin{cases} x_2 = \dfrac{-ab - \sqrt{r^2(1 + a^2) - b^2}}{1 + a^2} \\[2ex] y_2 = \dfrac{b - a\sqrt{r^2(1 + a^2) - b^2}}{1 + a^2} \end{cases}$$

Bedingung für die Berührung der Geraden mit dem Kreise

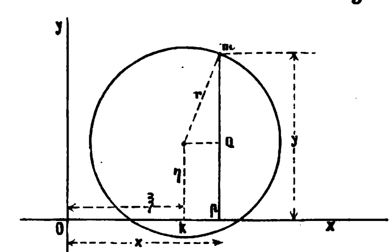
$$r^2(1 + a^2) - b^2 = o$$

Gleichung der Tangente.



$$x x_1 + y \cdot y_1 = r^2$$

Gleichung der Normalen.

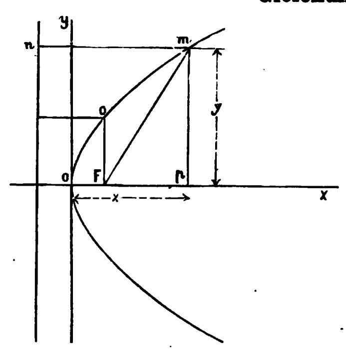


$$y = \frac{y'}{x'} \cdot x$$

Allgemeine Gleichung des Kreises.

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = r^2$$

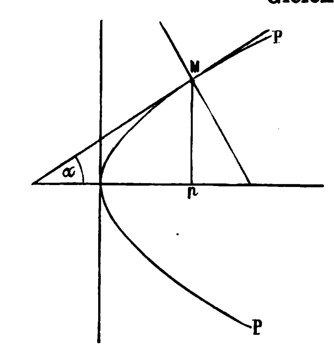
Gleichung der Parabel.



$$F\,C = \frac{p}{2}\,, \quad O\,F \doteq \frac{p}{4}$$

$$y^2 = p\,x$$

Gleichung der Tangente.



$$M \begin{cases} y' \\ x' \end{cases}$$

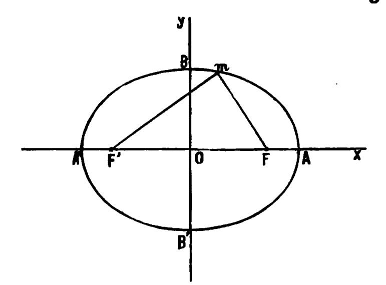
$$\widehat{P\,.\,P}\; y^2 = p\,x$$

$$y = \frac{y'}{2\,x'}\; x + \frac{y^1}{2}$$

Gleichung der Normalen.

$$y - y' = -\frac{2\,x'}{y'}\,(x - x')$$

Gleichung der Ellipse.



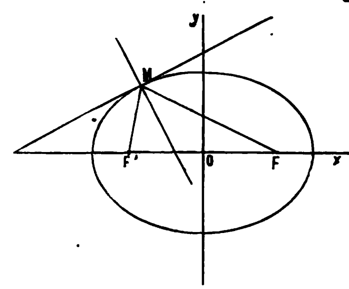
$$A' A = 2\,a \quad , \quad B' B = 2\,b$$

$$O F = O F' = e$$

$$e^2 = a^2 - b^2$$

$$a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2$$

Gleichung der Tangente.



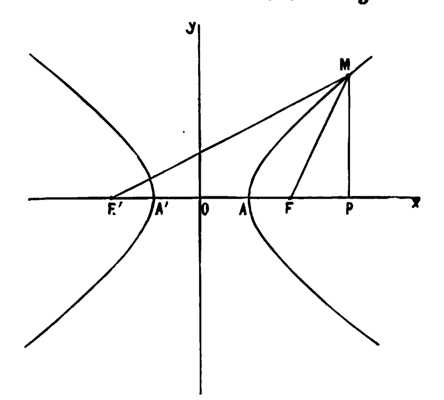
$$M \begin{cases} y' \\ x' \end{cases}$$

$$y - y' = -\frac{b^2 x'}{a^2 y'}(x - x')$$

Gleichung der Normalen.

$$y - y' = \frac{a^2 y'}{b^2 x'}(x - x')$$

Gleichung der Hyperbel.



$$A A' = 2\,a$$

$$O F = O F' = e$$

$$e^2 = a^2 + b^2$$

$$a^2 y^2 - b^2 x^2 = -a^2 b^2$$

Elemente der höheren Mathematik.

Differentialrechnung.

Functionen.

$y = \sqrt{a x^2 + b x + c} = f(x)$ (algebraische Function)
$y = \cos^3 x = f(x)$ (transcendente Function)

Differentiationen.

$$y = \varphi(x)$$

$$\frac{\triangle y}{\triangle x} = \frac{\varphi(x + \triangle x) - \varphi(x)}{\triangle x} = \text{Differenz-Quotient}$$

$$\frac{d y}{d x} = \frac{\varphi(x + d x) - \varphi(x)}{d x} = \text{Differential-Quotient}$$

$\frac{d y}{d x} = \varphi'(x)$ Leibnitz'sche Schreibweise

$y' = \varphi'(x)$ Lagrange'sche Schreibweise

Constanter Factor.

$$y = a x + b$$
$$d y = a d x$$

Summe oder Differenz.

$$y = a x \pm b x$$
$$d y = a d x \pm b d x = (a \pm b) d x$$

---

*) Mit theilweiser Benützung der Formeln in Waltenhofen's »Grundriss der mechanischen Physik«.

Product.

$$y = n \, . \, v$$
$$d\,(n \, . \, v) = n \, . \, d\,v + v\,d\,n$$

Quotient.

$$y = \frac{n}{v}$$
$$d\,y = \frac{v\,d\,n - n\,d\,v}{v^2}$$

Binomial-Formel.

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \binom{n}{3} a^{n-3} b^3 \ldots .$$

Basis des natürlichen Logarithmensystems.

$$\left(1 + \frac{1}{m}\right)^m = 2{\cdot}718281828 \ldots . = e$$

Differentiation eines Logarithmus.

$$y = l\,x$$
$$d\,y = \frac{1}{x}\,d\,x$$

Exponentialgrösse.

$$y = a^x$$
$$d\,y = a^x\,b\,a\,d\,x$$

Potenzgrösse.

$$y = x^n$$
$$d\,y = n\,x^{n-1}\,d\,x$$

Differentiation trigonometrischer Functionen.

Sinus.

$$y = \sin x$$
$$d\,y = \cos x\,d\,y$$

Cosinus.

$$y = \cos x$$
$$d\,y = - \sin x\,d\,x$$

Tangente.

$$y = \operatorname{tg} x$$
$$d\,y = \frac{1}{\cos^2 x}\,d\,x$$

Cotangente.

$$y = \text{cotg}\; x$$

$$d\,y = -\frac{1}{\sin^2 x}\,d\,x$$

Differentiation von cyklometrischen Functionen.

$y = \arcsin x$ $x = \sin y$	$d\,y = \dfrac{d\,x}{\sqrt{1 - x^2}}$
$y = \arccos x$ $x = \cos y$	$d\,y = -\dfrac{d\,x}{\sqrt{1 - x^2}}$
$y = \text{artg}\; x$ $x = \text{tg}\; y$	$d\,y = \dfrac{d\,x}{1 + x^2}$
$y = \text{arc}\;.\;\text{cotg}\; x$ $x = \text{cotg}\; y$	$d\,y = -\dfrac{d\,x}{1 + x^2}$
$y = \log\;\cos\; x$	$d\,y = -\;\text{tg}\; x$
$y = (e^x)^m$	$d\,y = m\;(e^x)^m$
$y = a^x$	$d\,y = \log a\;.\;a^x$
$y = x^x$	$d\,y = x^x\,(1 + \log x)$
$y = e^{\sqrt{x}}$	$d\,y = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

Function von einer Function.

$$z = F\,(y) \quad , \quad y = f\,(x)$$

$$\frac{d\,z}{d\,x} = F\,[f\;(x)]\;f^1\;(x)$$

Taylor'sche Reihe.

$$f\,(x + h) = f\,(x) + h\,f'\,(x) + \frac{h^2}{1\,.\,2}f''\,(x) + \frac{h^3}{1\,.\,2\,.\,3}f'''\,(x) + \ldots.$$

abgeleitet aus

$$f\,(x + n\,d\,x) = y + \frac{n\,.\,d\,x}{1}\,\frac{d\,y}{d\,x} + \frac{n^2\left(1 - \frac{1}{n}\right)d\,x^2}{1\;.\;2}\cdot\frac{d^2\,y}{d\,x^2} + \ldots.$$

wobei $n\;.\;d\,x = h$, $n = \infty$, daher $\frac{1}{n}$, $\frac{2}{n}$ . . . verschwinden.

Maclaurin'sche Reihe.

Man setze in der früheren Reihe $x = o$ und $h = z$

$$f(z) = f(o) + f'(o)\frac{z}{1} + f''(o)\frac{z^2}{1\,.\,2} + f'''(o)\frac{z^3}{1\,.\,2\,.\,3} + \ldots .$$

worin $f(o)$, $f(x)$ bedeutet, indem $x = o$ gesetzt wird.

Functionen von mehreren Variablen.

$$n = f(x, y) = \text{z. B. } x\,.\,y$$
$$d\,n = d(x, y) = y\,d\,x + x\,d\,y$$

Partielle Differentiation.

$$n = f(x, y) \quad , \quad d_x(x\,y) = y\,d\,x$$
$$d_y(x\,y) = x\,d\,y$$
$$\frac{d_x f(x\,y)}{d\,x} = \frac{\partial f(x\,y)}{d\,y}$$
$$\frac{d_y f(x\,y)}{d\,x} = \frac{\partial f(x\,y)}{d\,y}$$

Beispiele.

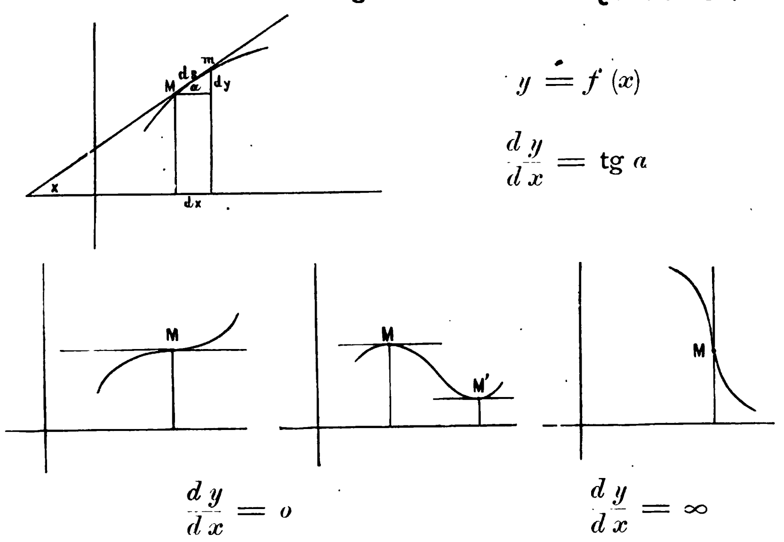
$$r = [(x^1 - x)^2 + (y' - y)^2 + (z^1 - z)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial x} &= -\frac{x' - x}{r} \\ \frac{\partial r}{\partial y} &= -\frac{y' - y}{r} \\ \frac{\partial r}{\partial z} &= -\frac{z' - z}{r} \end{aligned}\right|$$

Taylor'sche Reihe mit zwei Variablen.

$$f(x + h, y + k) = f(x, y) + \frac{\partial f}{\partial x}\cdot\frac{h}{1} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{k}{1} +$$
$$+ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\cdot\frac{h^2}{1\,.\,2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\frac{k^2}{1\,.\,2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial y}h\,k + \ldots .$$

Geometrische Bedeutung des Differential-Quotienten.



Maximum und Minimum.

$$y = f(x) \text{ für } x = x_{,}$$

$$f(x_{,} + h) \text{ und } f(x_{,} - h) \lessgtr f(x_{,})$$

$$f(x_{,} + h) - f(x_{,}) \text{ negatives Maximum}$$
$$f(x_{,} - h) - f(x_{,}) \text{ positives Minimum}$$

$$f(x_{,} + h) - f(x_{,}) = f'(x_{,}) \frac{(+h)}{1} + f''(x_{,}) \frac{(+h)^2}{1 \cdot 2} + \ldots$$

$$f(x_{,} - h) - f(x_{,}) = f'(x_{,}) \frac{(-h)}{1} + f''(x_{,}) \frac{(-h)^2}{1 \cdot 2} + \ldots$$

$\pm f'(x_{,})\, h$ grösser als die Summe aller folgenden Glieder. $f'(x_{,}) = o$ Bedingung für Maximum oder Minimum, dann ist $f(x_{,} \pm h) \gtrless f(x_{,})$ je nachdem $f''(x_{,}) \frac{(\pm h)^2}{1 \cdot 2}$ negativ oder $+$

was davon abhängt, ob $f''(x_{,}) \gtrless o$

Ist $f''(x_{,})$ negatives Maximum
$f''(x_{,})$ positives Minimum u. s. f.

Integral-Rechnung.

Grundformeln.

$$\int \varphi(x)\, d x = f(x) + C$$

$$\int \cos x\, d x = \sin x + C \quad , \quad \int \sin x\, d x = - \cos x + C$$

$$\int \frac{d x}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C \quad , \quad \int \frac{d x}{\sin^2 x} = - \operatorname{cotg} x + C$$

$$\int x \sin x\, d x = - x^2 \cos x + 2 \int x \cos x\, d x$$

$$\int x \cos x\, d x = x \sin x + \cos x$$

$$\int x^2 \sin x\, d x = - x^2 \cos x + 2 x \sin x + 2 \cos x$$

$$\int \frac{d x}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C = - \arccos x + C$$

$$\int \frac{d x}{x} = l\, x + C = M \log x + C = \frac{\log x}{m} + C = l\,.\, a x$$

$$\int x^n\, d x = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int a^x\, d x = \frac{a^x}{l\,.\,a} + C$$

$$\int \frac{d x}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$\int \frac{d x}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$

$$e^{\int \frac{d x}{x}} = a x$$

$$\int e^x\, d x = e^x$$

$$\int e^{m x}\, d x = \frac{1}{m}\,.\, e^{m x}$$

$$\int \frac{d x}{1 + x^2} = \operatorname{arctg} x$$

$$\int \frac{d x}{a + b x} = \frac{\lg (a + b x)}{b}$$

$$\int \frac{d x}{a + b x^2} = \frac{1}{\sqrt{a b}} \operatorname{arctg} \left(x \sqrt{\frac{b}{a}} \right)$$

$$\int \frac{dx}{(a+bx)^n} = \frac{1}{b(1-n)(a+bx)^{n-1}}$$

$$\int \frac{dx}{a+bx+cx^2} = \frac{2}{\sqrt{4ac-b^2}} \operatorname{arctg} . \frac{2cx+b}{\sqrt{4ac-b^2}}$$

$$\int \frac{dx}{1-x^2} = \frac{1}{\sqrt{-1}} \operatorname{arctg} (x\sqrt{-1}$$

$$\text{oder} \quad = \frac{1}{2} \lg . \frac{1+x}{1-x}$$

$$\int \frac{dx}{a-bx^2} = \frac{1}{2\sqrt{ab}} \lg \frac{\sqrt{a}+x\sqrt{b}}{\sqrt{a}-x\sqrt{b}}.$$

$$\int \frac{dx}{a+bx+cx^2} = \frac{1}{\sqrt{b^2-4ac}} . \lg \frac{\sqrt{b^2-4ac}+2cx+b}{\sqrt{b^2+4ac}-2cx-b}$$

$$\text{für} \quad b^2-4ac > o$$

$$\int \frac{dx}{a+bx+cx^2} = \frac{2}{\sqrt{4ac-b^2}} \operatorname{arctg} \frac{2cx+b}{\sqrt{4ac-b^2}}$$

$$\text{für} \quad b^2-4ac < o$$

$$\int \frac{dx}{a+bx+cx^2} = -\frac{4a}{b(2a+bx)}$$

$$\text{für } b^2-4ac = o$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a-bx^2}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \arcsin \left(x\sqrt{\frac{b}{a}}\right)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx+cx^2}} = \frac{1}{\sqrt{c}} \arcsin \left(\frac{2cx-b}{\sqrt{b^2-4ac}}\right)$$

$$\int \frac{x\,dx}{1+x^2} = -\frac{1}{2} \lg (1-x^2)$$

$$\int \frac{x\,dx}{a+bx+cx^2} = \frac{1}{2c} \lg (a+bx+cx^2) - \frac{b}{2c} \int \frac{dx}{a+bx+cx^2}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \lg (\sqrt{1+x^2}+x)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx^2}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \lg (x\sqrt{b}+\sqrt{a+bx^2})$$

$$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{a+bx+cx^2}} = \frac{1}{c}\sqrt{a+bx+cx^2} - \frac{b}{2c} . \int \frac{dx}{\sqrt{a+bx+cx^2}}$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx+cx^2}} = -\int \frac{dy}{\sqrt{ay^2+by+c}}$$

$$\text{wenn } x = y-1$$

$$\int \frac{dx}{x^3-1} = \frac{1}{3}\lg(x-1) - \frac{1}{6}\lg(1+x+x^2) - \frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{2x+1}{\sqrt{3}}$$

$$\int \frac{x\,dx}{x^3-1} = \frac{1}{3}\lg(x-1) - \frac{1}{6}(1+x+x^2) + \frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{2x+1}{\sqrt{3}}$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{x^3-1} = \frac{1}{3}\lg(x^3-1)$$

$$\int \frac{x^3\,dx}{x^3-1} = x + \int \frac{dx}{x^3-1}$$

$$\int \frac{dx}{x^4-1} = -\frac{1}{2}\operatorname{arctg} x + \frac{1}{4}\lg\frac{x-1}{x+1}$$

$$\int \frac{x\,dx}{x^4-1} = \frac{1}{4}\lg\frac{x^2-1}{x^2+1}$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{x^4-1} = \frac{1}{2}\operatorname{arctg} x - \frac{1}{4}\lg(x+1) + \frac{1}{4}\lg(x-1)$$

$$\int \frac{x^3\,dx}{x^4-1} = \frac{1}{4}\lg(x^4-1)$$

$$\int \sqrt{a+bx^2}\,.\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{a+bx^2} + \frac{a}{2}\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx^2}}$$

$$\int x\sqrt{p^2-x^2}\,.\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{p^2-x^2} + \frac{r^2}{2}\arcsin\frac{x}{r}$$

$$\int \sqrt{1-x^2}\,.\,dx = \frac{1}{2}x\sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2}\arcsin x$$

$$\int \sqrt{1+x^2}\,.\,dx = \frac{1}{2}x\sqrt{1+x^2} + \frac{1}{2}\lg(x+\sqrt{1+x^2})$$

Bestimmtes Integral.

$$\int \varphi(x)\,dx = f(x) + C \qquad \text{für } x_o$$

$$f(x_o) + C = o \quad , \quad C = -f(x_o)$$

$$\int \varphi(x)\,dx = f(x) - f(x_o)$$

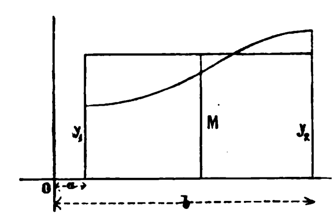
$$\int_a^b \varphi(x)\,dx = f(b) - f(a)$$

$$\int_a^b x^n\,dx = \frac{b^{n+1} - a^{n+1}}{n+1}$$

$$\int_a^b \frac{dx}{x} = l\,.\,b - l\,.\,a = l\,.\,\frac{b}{a}$$

$$\int_a^b \varphi(x)\,dx = -\int_b^a \varphi(x)\,dx$$

Mittelwerth der Functionen.



$$M = \frac{1}{b-a}\int_a^b \varphi(x)\,dx$$

Integrale zusammengesetzter Differentialausdrücke.

$$\int[F(x)+f(x)+\varphi(x)+.-]dx=\int F(x)dx+\int f(x)dx+\int\varphi(x)dx+\ldots$$

Theilweises Integriren.

$$\int n\,.\,dv = nv\,.-\int v\,dn$$

$$\int \varphi(x)\,\psi'(x)\,dx = \varphi(x)\,\psi(x) - \int \psi(x)\,\varphi'(x)\,dx$$

Integrale von Differentialausdrücken höherer Ordnung.

$$\iint \varphi(x)\,dx^2 = \int dx\int\varphi(x)\,dx = y - C' - C^1 = f(x) + Cx + C^1$$

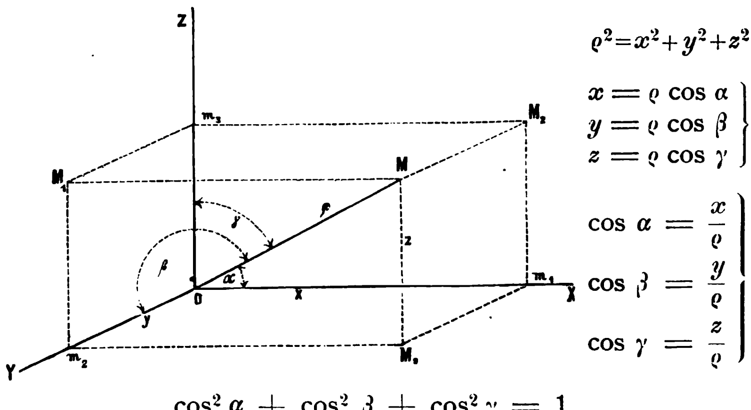
$$\iiint \varphi(x)\,dx^3 = \int dx\int dx\int\varphi(x)\,dx = f(x) + Cx^2 + C^1x + C^{11}$$

Integration nach mehreren Variablen.

$$\iiint \varphi(x_1\,y_1\,z)\,dx\,dy\,dz = \int dz\int dy\int\varphi(x_1\,y_1\,z)\,dx$$

Analytische Geometrie im Raume.

Punkt im Raum.



$$\varrho^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

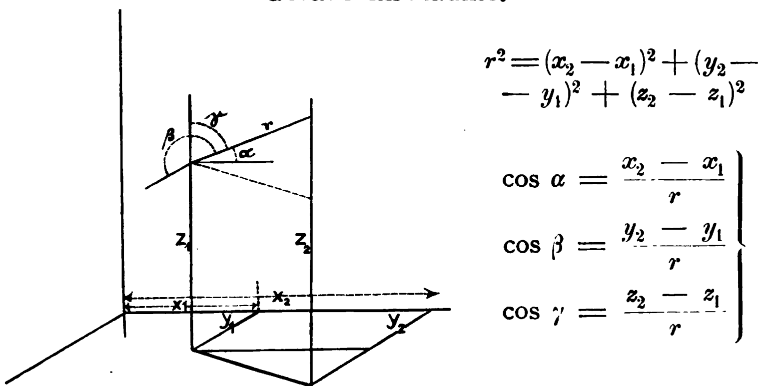
$$\left.\begin{aligned} x &= \varrho\cos\alpha \\ y &= \varrho\cos\beta \\ z &= \varrho\cos\gamma \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{x}{\varrho} \\ \cos\beta &= \frac{y}{\varrho} \\ \cos\gamma &= \frac{z}{\varrho} \end{aligned}\right\}$$

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$



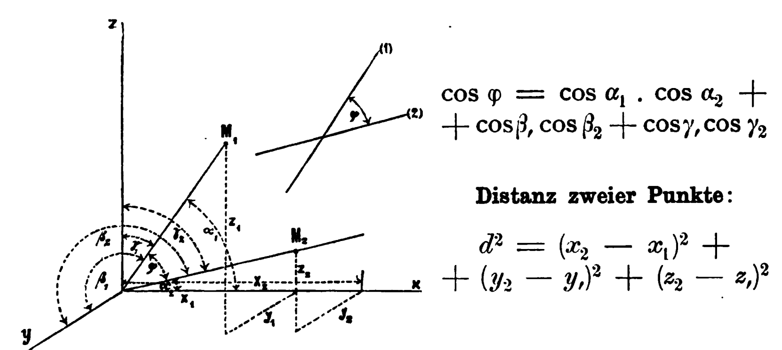
Gerade im Raume.



$$r^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$$

$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{x_2 - x_1}{r} \\ \cos\beta &= \frac{y_2 - y_1}{r} \\ \cos\gamma &= \frac{z_2 - z_1}{r} \end{aligned}\right\}$$

Winkel zweier Geraden im Raume.



$$\cos\varphi = \cos\alpha_1 \,.\, \cos\alpha_2 + \cos\beta_1 \cos\beta_2 + \cos\gamma_1 \cos\gamma_2$$

Distanz zweier Punkte:

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$$

Allgemeine Gleichung einer Fläche.

$$Ax + By + Cz + D = o$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2 = \text{Kugelfläche}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = \text{Ellipsoid}$$

Gleichung der Cylinderfläche.

$$y - bz = \varphi\,(x - az)$$

Gleichung der Kegelfläche.

$$\frac{y - y_1}{z - z_1} = \varphi\left(\frac{x - x_1}{z - z_1}\right)$$

B.

ELEKTRICITÄTS-LEHRE.

I.

Allgemeine physikalische Einleitung.

1. Natur, Körperwelt, bezeichnet die Summe aller sinnlichen Wahrnehmungen.

2. Veränderungen, Vorgänge, in der Körperwelt nennt man Naturerscheinungen oder Phänomene.

3. Eine Naturerscheinung beobachten heisst, sie in allen Beziehungen bestimmt auffassen und erkennen.

4. Das Auffassen und Erkennen erzielt man:

1. durch blosse Anschauung;
2. durch Experimentiren;
3. durch Speculation.

5. Man erhält ein Gesetz, wenn man die Bedingungen der Wiederkehr einer Naturerscheinung in einen Begriff zusammenfasst.

6. Erfahrungsgesetz nennt man ein Gesetz, das aus Beobachtungen und Erfahrungen abgeleitet wurde.

7. Ein Gesetz, durch folgerichtige Schlüsse auf die letzten Ursachen zurückgeführt, ist erklärt.

8. Theorie nennt man Erklärungen, die den bezüglichen Erscheinungen durchaus angemessen sind, und bei denen keine Thatsache den durch jene bewirkten Vorstellungen widerspricht.

9. Entstammt dem Erfahrungsgesetz eine Theorie und lässt sich aus dieser nach rückwärts jenes als naturnothwendige Folge ableiten, so haben wir ein Naturgesetz.

10. Hypothese nennen wir eine Theorie, deren Richtigkeit noch zweifelhaft ist, und die nur durch wenige Beobachtungen unterstützt wird.

11. Hypothesen, denen auch nur eine einzige wohlbegründete Thatsache widerspricht, sollten als verwerflich gleich aufgegeben werden.

12. *Elektricitätslehre* ist demnach die Erforschung elektrischer und magnetischer Erscheinungen, die Darlegung der Bedingungen des Auftretens der letzteren und die Erklärung ihrer Ursachen.

Fehler und deren Correction.

13. Alle unsere Beobachtungen sind unvollkommen, theils wegen der Unvollkommenheit der sinnlichen Wahrnehmung, theils wegen der Fehlerhaftigkeit der gebrauchten Instrumente.

14. Es gibt constante und zufällige Fehler.

15. Constante Fehler rühren immer von der gleichen Ursache her, und machen das Resultat immer nach derselben Seite hin unrichtig.

16. Man kann sie daher in Gesetzen präcisiren, und bis zu gewissen Grenzen durch Correction unschädlich machen.

17. Zufällige Fehler wechseln in den Ursachen und Folgen von einem Versuche zum andern, und behaften alle Beobachtungs-Resultate in nur sehr schwierig, oft gar nicht zu corrigirender Weise.

18. Refraction, Temperaturschwankungen, Veränderungen in den Fixpunkten der Messapparate, individuelle Eigenschaften der Instrumente sind constante Fehlerquellen.

19. Die Verschiedenheit in der Function der Sinne bei den beobachtenden Individuen, die Unmöglichkeit, mathematisch genau Punkte und Linien zu fixiren und zu präcisiren, verursachen zufällige Fehler, deren Correction in den meisten Fällen nur durch ausserordentliche Maassnahmen, meistens aber gar nicht möglich ist.

20. Das arithmetische Mittel ist daher bei Beobachtungen so viel als möglich zu suchen. Man erhält dasselbe, wenn man die für eine Grösse erhaltenen verschiedenen Werthe addirt und die Summe durch die Anzahl der Beobachtungen dividirt.

21. Die Mittelwerthe für mehrere gleichzeitig zu bestimmende Grössen ermittelt man vortheilhaft auf folgende Weise: Wenn x, y, z die zu berechnenden, a, b, c aber ermittelte Grössen bedeuten, so bilde man folgende Gleichungen:

$$ax + by + cz \;.\;.\;.\;.\;.+ K = 0$$
$$a'x + b'y + c'z \;.\;.\;.\;.+ K_{I} = 0$$
$$a''x + b''y + c''z \;.\;.\;.\;.+ K_{II} = 0$$

u. s. f.

Wird man a, b, c, a', b', c', a'' etc. vollkommen genau ermitteln können, so ergeben sich für x, y, z Werthe, die allen Gleichungen entsprechen.

22. Häufig bedient man sich auch zur Fehlerelimination der Methode der kleinsten Quadrate.

Man setzt zu diesem Zwecke folgende Gleichungen an:

$$ax + by + K = v \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 1)$$
$$a'x + b'y + K' = v' \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 2)$$
$$a''x + b''y + K'' = v'' \;.\;.\;.\;.\;.\; 3)$$
$$a'''x + b'''y + K''' = v''' \;.\;.\;.\;.\; 4)$$ u. s. f.

Da nun v bald $+$, bald $-$ sein kann, und die Bedingung gestellt ist, dass die Summe aller v ein Minimum sein soll, so wird man zur richtigen Beurtheilung, da das Quadrat einer jeden Zahl ein positives Resultat geben muss, ansetzen:

$$v^2 + v'^2 + v''^2 + v'''^2 \text{ etc. } \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 5)$$

und nun suchen, auf diesem Wege ein Minimum zu erreichen.

23. Werden die Gleichungen 1, 2, 3 und 4 zum Quadrat erhoben, und setzen wir:

$$v^2 + v'^2 + v''^2 + v'''^2 = V \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 6)$$

so ist V eine Function von x und y.

Ist nun

$$\frac{dV}{dx} = 0 \text{ und}$$
$$\frac{dV}{dy} = 0$$

so wird V ein Maximum oder ein Minimum sein müssen, und durch Differentiation der Gleichung, aus welcher die Gleichung 6 gezogen wurde, erhalten wir mit Beziehung auf x:

$$\frac{dV}{dx} = 2\,(a^2 + a'^2 + a''^2 + \text{etc.})\,x + 2\,(ab + a'b' + a''b'' + \text{etc.})\,y$$
$$+ 2\,(aK + a^1K' + a''K'' + \text{etc.}) \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 7)$$

und wenn wir diesen Differentialquotienten gleich Null setzen:

$$(a^2 + a'^2 + a''^2 \text{ etc.})\, x + (ab + a'b' + a''b'' + \text{etc.})\, y + (aK + a'K' + a''K'' + \text{etc.}) = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \; 8)$$

und analog

$$(b^2 + b'^2 + b''^2 + \text{etc.})\, y + (ab + a'b' + a''b'' + \text{etc.})\, x + (bK + b''K'' + b''K'' + \text{etc.}) = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \; 9)$$

Wenn nun x und y so bestimmt werden, dass ihnen in den Gleichungen 8 und 9 Genüge geleistet wird, so muss auch V in der That ein Maximum oder Minimum sein und die Gleichungen 8 und 9 heissen dann Bedingungsgleichungen.

Nun folgt aber:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = 2\,(a^2 + a'^2 + a''^2 + \text{etc.}) \quad \ldots \ldots \; 10)$$

$$\frac{d^2V}{dy^2} = 2\,(b^2 + b'^2 + b''^2 + \text{etc.}) \quad \ldots \ldots \; 11)$$

also ist der zweite Differentialquotient gleich einer Summe von Quadraten, daher eine positive Grösse und daher ein Minimum, da man am Vorzeichen des zweiten Differentialquotienten erkennt, ob man es mit einem Maximum oder Minimum zu thun hat.

24. Der mittlere Fehler wird gefunden, wenn man bei verschiedenen Zahlenwerthen $a\ a'\ a''\ a'''$ etc. den Mittelwerth b ermittelt und setzt:

$$\begin{aligned} a - b &= f \\ a' - b &= f' \\ a'' - b &= f'' \\ a''' - b &= f''' \text{ etc.} \end{aligned}$$

Bedeutet nun n die Anzahl der zur Verfügung stehenden derartigen Gleichungen, so ist

$$\frac{f + f' + f'' + f''' \text{ etc.}}{n} = \text{dem mittleren Fehler.}$$

Die wichtigsten physikalischen Functionen.

Es bezeichnen:

25. $x, y, z,$ unbekannte und veränderliche Grössen.

$x = ay$, d. h., die eine der von der anderen abhängigen veränderlichen Grösse ist dieser direct proportional.

26. $x = \frac{a}{y}$ d. h., dieselben Grössen sind zu einander verkehrt proportional.

27. $xy = a$, $\frac{x}{y} = a$ d. h. $\left\{\begin{array}{l}\text{das Product}\\ \text{der Quotient}\end{array}\right\}$ zweier variabler Grössen ist immer eine constante Grösse.

28. $x = ay^2$, $x = \frac{a}{y^2}$ d. h., die eine Grösse x ist dem Quadrat der anderen direct oder verkehrt proportional.

29. $x = \frac{a}{y^3}$ d. h., die eine Grösse x ist der dritten Potenz der andern Grösse verkehrt proportional.

30. $x^2 = ay^3$ d. h., das Quadrat der einen Grösse ist der dritten Potenz der andern direct (oder auch gerade) proportional u. s. f.

31. Graphische Darstellung physikalischer Gesetze. Jede Gleichung mit zwei Veränderlichen wird durch eine Curve dargestellt, wobei die eine Variable als Abscisse, die andere als Ordinate aufgetragen wird. (Fig. 93, S. 92.)

32. Eine Gleichung ersten Grades gibt dabei immer eine gerade Linie.

33. Algebraisch ist jene Zahl die kleinere, zu welcher eine positive Zahl addirt werden muss, um die andere zu erhalten. Demnach sind im nachstehenden Zahlen-System:

$$-5 -4 -3 -2 -1,\ 0 +1 +2 +3 +4 +5$$

links die kleineren, rechts die grösseren.

34. Lässt man die Vorzeichen unberücksichtigt, so erhält man den »absoluten Werth« der betreffenden Zahl.

35. Positive Grössen sind daher umso grösser, negative Grössen umso kleiner, je grösser ihre absoluten Werthe sind.

36. Positive Grössen $>$ als Null, negative Grössen $<$ als Null.

Einige wichtige Definitionen und Zahlen.

37. Messen heisst Vergleichen mit einer als Einheit geltenden Grösse.

38. Es gibt conventionelle und natürliche Einheiten.

39. Specifisches Gewicht nennt man das Gewicht der Volumseinheit eines Körpers.

1 cm^3 Wasser wiegt 1·000 g (bei + 4·1° C.)
1 dm^3 » » 1000·000 »
1 dm^3 Luft wiegt 1·29366 g.

40. Specifisches Volumen heisst das Volumen der Gewichtseinheit, z. B:

1 g Wasser: Volumen 1 cm^3
1 kg » » 1000 cm^3 = 1 Liter.

41. Das Verhältniss der Gewichte gleicher Volumina nennt man: die Dichtigkeit.

42. Das Verhältniss der Volumina gleicher Gewichte: das relative Volumen.

43. Dichtigkeit und relatives Volumen sind reciproke Werthe.

44. Die Acceleration (Beschleunigung) durch die Schwere (gewöhnlich mit g bezeichnet) beträgt:

an den Polen . . . . $g = 9·8314$ m
unter 45° Breite . . . $g = 9·8049$ m
am Aequator . . . . $g = 9·7803$ m
in Oesterreich-Ungarn, Deutschland, Frankreich, England durchschnittlich . . . . $g = 9·81$ m.

45. $\frac{1}{g} = 0·101958$ $\sqrt{g} = 3·131786$

$$\sqrt{2g} = 4·428648.$$

46. Zugfestigkeit. Ein Stab vom Querschnitte $F cm^2$ und der Länge l in der Richtung der Achse gezogen oder gedrückt durch eine Kraft von P kg vermag zu tragen $P = Fk$. Gedrückte Stäbe sind, wenn der Querschnitt gegen die Höhe nicht sehr gross, stets auch auf Knickfestigkeit zu untersuchen. Die durch P bewirkte Längenänderung beträgt

$$\triangle l = \frac{P}{E} \cdot l.$$

E bedeutet den Elasticitätsmodul.

47. Schubfestigkeit. Ist F der abzuscheerende Querschnitt, P die Kraft, t die zulässige Beanspruchung auf Schub, so ist: $P = tF$.

48. Biegungsfestigkeit. Es bedeutet:

M das Moment der äusseren Kräfte bezogen auf den Schwerpunkt des fraglichen Querschnittes in Centimeter-Kilogramm.

W das Trägheitsmoment des Querschnittes bezogen auf die Achse durch den Schwerpunkt in Centimeter.

e der Abstand der äussersten Querschnittsfaser in Centimeter.

k zulässige Beanspruchung per cm^2 in Kilogramm.

Findet nur Belastung durch parallele Kräfte ⊥ zur Trägerachse statt, so ist: $M = \frac{W}{e} \cdot k$.

49. Knickfestigkeit. Es bedeute:

P den centrisch wirkenden Achsialdruck in kg, welche ein Stab bei $n$facher Sicherheit gegen Einknicken aufzunehmen vermag.

l Länge des Stabes in Centimeter.

W das kleinste Trägheitsmoment des Querschnittes in Bezug auf eine Schwerpunktachse in Centimeter.

F Fläche des Querschnittes in Quadratcentimeter.

k zulässige Beanspruchung per Quadratcentimeter.

$$P = \frac{c}{n} \cdot \frac{\pi^2 E W}{4 l^2} = 2{\cdot}467 \frac{c}{n} \cdot \frac{EW}{l^2}$$

c ein Coëfficient, von der Belastungsweise abhängig.

Sind beide Stabenden frei: $c = 4$, ist ein Stabende frei, eines beweglich: $c = 1$, sind beide Stabenden eingespannt: $c = 16$.

50. Torsionsfestigkeit. Ist P die auf Torsion wirkende Kraft in kg, r der Hebelarm in cm, N die Anzahl der zu übertragenden Pferdekräfte, n die Umdrehungen per Minute, t die zulässige Beanspruchung in kg per cm² auf Schub, so ist

$$Pr = \frac{1}{16} \pi d^3 t;$$ bei kreisförmigem Querschnitt.

$$Pr = \frac{1}{16} \pi\, b^2\, h\, t;$$ bei elliptischem Querschnitt.

$$Pr = \frac{2}{9} b^2\, h\, t;$$ bei rechteckigem Querschnitt.

$$Pr = \frac{2}{9} a^3\, t;$$ bei quadratischem Querschnitt.

Für einen kreisförmigen Querschnitt und zweifache Sicherheit in Bezug auf die Elasticitätsgrenze ist:

	bei Schmiedeeisen:	bei Gusseisen:
$Pr =$	$115\, d^3$	$80{\cdot}7\, d^3$
$\frac{N}{n} =$	$0{\cdot}0016\, d^3$	$0{\cdot}00112\, d^3$

51. Härtescala:

1. Talg.
2. Gyps, Steinsalz.
3. Kalkspath.
4. Flussspath.
5. Apatit.
6. Feldspath.
7. Quarz.
8. Topas.
9. Korund.
10. Diamant.

52. Alles was sichtbar ist, sendet Licht aus.

53. Beim Lichte unterscheidet man:

a) dessen Stärke (Intensität);
b) dessen Farbe (Qualität);
c) dessen Dauer (Wirkung).

54. Die Intensität des Lichtes nimmt mit dem Quadrate der Entfernung ab. Die Helligkeit einer beleuchteten Fläche ist dem Sinus des Neigungswinkels der Lichtstrahlen gegen die Fläche direct proportional.

55. Lichteinheiten:

Carcelbrenner (Frankreich)	Englische Normalkerzen	Deutsche Normalkerzen	Münchner Kerzen
1·000	7·435	7·607	6·743
0·134	1·000	1·023	0·907
0·132	0·977	1·000	0·887
0·148	1·102	1·128	1·000

Wichtige Werthe und Maasse.

56. Ludolfische Zahl $\pi = 3{\cdot}141593$; $1:\pi = 0{\cdot}318310$; $\pi^2 = 9{\cdot}869604$; $\pi^3 = 31{\cdot}006277$.

57. Basis der Brigg'schen Logarithmen $= 10$.

58. Basis der natürlichen Logarithmen. $l = 2{\cdot}718282$.

$$\log A = 0{\cdot}434295 \log \text{nat. } A.$$

$$\log \text{nat. } A = 2{\cdot}302585 \log A.$$

59. Beziehungen an einigen Figuren und Körpern.

U Umfang, F Oberfläche, J Körperinhalt.

a) Kreis vom Durchmesser d (Radius r)

$$U = d\,\pi = 2\,r\,\pi;\ F = \frac{\pi\,d^2}{4} = r^2\,\pi$$

s Sehne, h Höhe, b Länge, α Centriwinkel eines Kreisbogens.

$$b = r\,\frac{\alpha}{180}\cdot\pi = \frac{4\,h^2 + s^2}{4\,h}\ \arcsin\ \frac{4\,h\,s}{4\,h^2 + s^2}$$

$$\text{Kreisausschnitt } F = \frac{\alpha}{360}\,r^2\,\pi$$

$$\text{Kreisabschnitt } F = \left(\frac{\alpha}{180}\,\pi - \sin\alpha\right)\frac{r^2}{2} = \frac{r}{2}\left(b - \sin 2\,\varphi\right)$$

b) Ellipse von den grossen und kleinen Achsen a und b

$$U = \pi\,(a + b),\quad F = \pi\cdot a\cdot b$$

c) Prisma und Cylinder von der Grundfläche f und der Höhe h

$$J = f\cdot h$$

Mantelfläche eines gerade abgeschnittenen Kreiscylinders

$$F = 2\,r\cdot\pi\,h$$

d) Pyramide und Kegel von der Grundfläche f und der Höhe h

$$J = \frac{1}{3}\,f\cdot h$$

Mantelfläche eines gerade abgeschnittenen Kreiskegels

$$F = r\,\pi\,\sqrt{r^2 + h^2}$$

e) Kugel vom Halbmesser r

$$F = 4\,r^2\,\pi;\ J = \frac{4}{3}\,r^3\,\pi$$

Calotte von der Höhe h

$$F = 2\, r\, \pi\, h;\; J = \frac{1}{6}\, \pi\, h^2\, (3\, r - h)$$

f) Ellipsoid von den Achsen a, b, c

$$J = \frac{4}{3}\, a \cdot b \cdot c$$

g) Umdrehungs-Paraboloid von der Höhe h

$$J = \frac{\pi}{2}\, r^2 \cdot h$$

60. Der Winkel, für welchen der Bogen dem Halbmesser gleich ist $= 57{,}2958^0 = 3437{\cdot}75' = 206265''$.

61. Verhältniss des wahrscheinlichen zum mittleren Fehler $= 0{\cdot}6745 \left(\frac{2}{3}\right)$.

62. Die halbe grosse Achse der Erde = 637740 m
» » kleine » » » = 635610 m
der mittlere Halbmesser der Erde = 6366800 m.

63. Mittlere Länge des bürgerlichen Jahres = 365 T., 5 h, 488 m.

64. Länge des Secunden-Pendels:

unter 45^0 Breite . .	993·5 mm
am Aequator . . .	990·9 mm
an den Polen . .	996·2 mm.

Einige Definitionen mit Anwendung höherer Rechnung.

65. Wenn s die Länge des Weges, t die Länge der Zeit, $\triangle s$, $\triangle t$ Weg-, Zeitelemente und v die Geschwindigkeit am Ende von t, so ist:

$$\triangle s = v \triangle t \text{ und}$$

$$v = \frac{\triangle s}{\triangle t} \text{ und wenn } \triangle t \text{ unendlich klein,}$$

$$v = \frac{dv}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

d. h., die Geschwindigkeit eines bewegten Körpers ist der erste Differentialquotient des Weges in Beziehung auf die Zeit.

66. $p = \pm \frac{dv}{dt}$ . . . . 2)

Der erste Differentialquotient der Geschwindigkeit in Beziehung auf die Zeit ist: positiv: *Beschleunigung*, negativ: *Verzögerung*.

67. $p = \pm \frac{d^2 s}{dt^2}$ . . . . 3)

d. h., die $\left\{\begin{matrix}\text{Beschleunigung}\\ \text{Verzögerung}\end{matrix}\right\}$ p ist auch gleich dem zweiten Differentialquotienten des Weges in Beziehung auf die Zeit.

68. Gleichung 1 und 2 combinirt gibt:

$$v dv = p ds \quad \ldots\ldots \quad 4)$$

und damit kann man alle Gesetze jeder Art geradliniger Bewegung ermitteln, wenn p als Function von v und s gegeben ist.

69. Bewegt sich ein Körper, ohne dass ihn eine beschleunigende Kraft beeinflusst, so ist seine Geschwindigkeit eine constante Grösse.

70. Die beschleunigende Kraft $g = \frac{d^2 s}{dt^2}$ . . . . 5)

71. Kraft (P) heisst jede Ursache, welche Bewegung, Geschwindigkeits- oder Richtungsänderung hervorbringt.

72. Masse (m) ist das Verhältniss zwischen dem Maasse der wirkenden Kraft zu der durch dieselbe erzielten Geschwindigkeit.

$$P = mp = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2 s}{dt^2} \quad \ldots\ldots \quad 6)$$

73. Wenn G das Gewicht und g die Beschleunigung im luftleeren Raume, so ist

$$G = mg \quad \ldots\ldots \quad 7)$$

$$m = \frac{G}{g} \quad \ldots\ldots \quad 8)$$

74. Das Product mp wird Quantität der Bewegung genannt.

75. Moment ist das Product aus dem Maasse von P und dem senkrechten Abstande vom Rotationscentrum oder der Rotationsachse.

76. Ein im Raume vollkommen freier Körper nimmt unter der Einwirkung zweier gleichen, parallel und entgegengesetzt gerichteten Kräfte eine Rotationsbewegung an.

77. Wenn r der Abstand eines Punktes von einer Achse, so ist das Trägheitsmoment:

$$I = \Sigma m r^2 \quad \ldots\ldots \quad 9)$$

oder auch:

$$I = \int r^2 dm \quad \ldots\ldots \quad 10)$$

78. Mechanische Arbeit.

$\int_{s_0}^{s} P ds \cos (P, ds)$ = die Arbeit der Kraft auf dem Wege $s - s_0$ . . 11)

79. $\frac{mv^2}{2}$ kinetische Energie . . . . 12)

80. $\int_{s_0}^{s} P, ds \cos (P ds) = \frac{m}{2} (v^2 - v_0^2)$ . . . . 13)

v_0 bedeutet darin die dem Werthe $s = s_0$ entsprechende Geschwindigkeit.

Ist $v > v_0$, so ist die Arbeit positiv = motorischer Arbeit,
ist $v_0 > v$, so ist die Arbeit negativ = Widerstand.

81. Pendelgesetz:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 14)$$

$$g = \frac{\pi^2 l}{t^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 15)$$

Das absolute Maass-System.

82. Das absolute Maass-System. Es ist unmöglich, Instrumente zu construiren, die bei gleicher Veranlassung genau das gleiche Resultat anzeigen. Gauss proponirte das absolute Maass, nach welchem alle Messresultate auf »Masse, Länge und Zeit« zurückgeführt werden.

83. Als Einheiten benützt man dabei nach der Bestimmung des Pariser Congresses (1881): Gramm, Centimeter, Secunde (seltener: Kilogramm, Meter, Secunde; noch seltener: Milligramm, Millimeter, Secunde).

84. Maxwell hat hiefür die Bezeichnungen:

M = Masse,
L = Länge,
T = Zeit

eingeführt, die Potenzen derselben in eckige Klammern gestellt und die Zusammenstellung Dimension genannt.

85. $[L]$ = die Dimension des Weges,
$[L^2]$ = » » der Fläche,
$[L^3]$ = » » des Raumes.

86. Dimension der Geschwindigkeit = $[LT^{-1}]$,
» » Beschleunigung = $[LT^{-2}]$,
» » Kraft = $[MLT^{-2}]$,
» » lebendigen Kraft = $[ML^2T^{-2}]$,
» » Arbeit = $[ML^2T^{-2}]$.

87. In der Elektricitätslehre unterscheidet man besonders das »statische« (M_s) und »dynamische« (M_d) absolute Maass-System.

88. Beim »statischen« handelt es sich um das Messen ruhender Elektricitätsmengen; beim »dynamischen« um das Messen strömender Elektricität und magnetischer Wirkungen, da letztere

als Bewegung der Elektricität in geschlossenen Leitern angesehen wird.

89. Das »dynamische« Maass-System wird auch das »elektromagnetische« genannt.

90. Wichtig sind vorerst die Einheiten für Geschwindigkeit und Kraft:

Die Einheit der *Geschwindigkeit* ist jene, mit der die Einheit der Länge in der Einheit der Zeit durchlaufen wird.

91. Die Einheit der *Kraft* ist jene constante Kraft, welche der Masse Eins in der Zeiteinheit die Geschwindigkeit Eins ertheilt.

92. Die Einheit der Menge des wirkenden *Magnetismus* (die Stärke des Magnetpoles) ist jene Menge, welche auf eine gleiche Menge in der Entfernung Eins die Einheit der Kraft ausübt.

93. Die Einheit der *Elektricitätsmenge* ist diejenige Menge, welche sich in der Zeiteinheit durch den Querschnitt eines Leiters, in welchem der Strom Eins fliesst, hindurch bewegt.

94. Die Einheit der *Capacität* besitzt ein Condensator, welcher mit der elektromotorischen Kraft Eins geladen, die Elektricitätsmenge Eins enthält.

95. Die Einheit der *elektromotorischen Kraft* ist jene, die in einem Stromleiter von der Länge Eins inducirt wird, wenn sich derselbe an einem Orte der magnetischen Kraft Eins mit der Geschwindigkeit Eins bewegt.

96. Die Einheit des *Widerstandes* ist derjenige Widerstand, in welchem die elektromotorische Kraft Eins den Strom Eins hervorruft.

97. Die *Stromeinheit* ist jener Strom, auf welchen die Einheit der Kraft ausgeübt wird, wenn die Länge des Stromleiters gleich Eins ist und an der Stelle, an welcher sich derselbe befindet, die magnetische Kraft Eins herrscht.

98. Direct lassen sich diese Einheiten in die Praxis nicht einführen, man leitet daher aus diesen durch Multiplication

mit passenden Potenzen von 10 andere praktische Maasseinheiten ab.

99. Um gewöhnliches Maass auf absolutes umzurechnen, setzt man ersteres in Gramm und Centimeter an und multiplicirt mit g = circa 980 (cm).

100. Bei der umgekehrten Procedur wird man die absolute Maassangabe mit g = circa 980 (cm) dividiren und dadurch gewöhnliches Maass (in Gramm und Centimeter) erhalten.

II.

Magnetismus und Diamagnetismus.

101. Vom Wesen des Magnetismus ist wenig bekannt. Eine Hypothese über den Magnetismus ist ausgeführt Pkt. 397, S. 108.

102. Eisenoxyd-Oxydul ($69\ Fe_2\ O_3 + 31\ Fe\ O = Fe_3\ O_4$) kristallisirt in Oktaedern und zeigt eine charakteristische Anziehung und Abstossung, die man »natürlichen Magnetismus« nennt.

103. Eisen, Stahl, Kobalt, Eisenoxyd-Oxydul, Platin, Palladium, Titan, Mangan, Cerium, Osmium, Chromoxyd-Oxydul, Magnetkies heissen polarmagnetische (paramagnetische) Körper, weil sie auf magnetische Kräfte mehr oder weniger reagiren. Alle anderen Körper nennt man unmagnetisch.

104. Polarmagnetischen Körpern können durch Streichen, durch magnetische Influenz oder durch Einwirken der Elektricität magnetische Eigenschaften verliehen werden, sie heissen dann »künstliche Magnete«.

105. Regelmässig geformte polarmagnetische Körper, deren Längen-Dimension die anderen Dimensionen überwiegt, zeigen nahe an den Enden die Maximal-Punkte der magnetischen Kraft (die Pole), und fällt die Verbindungslinie derselben (die magnetische Achse) mit der geometrischen Achse zusammen; in der Mitte dieser Linie ist der indifferente Punkt, der gar keine magnetische Kraft zeigt.

106. Bei ein und demselben Körper zeigen die entgegengesetzten Pole entgegengesetztes Verhalten gegen den einen Pol eines anderen Körpers. (Nordpol—Südpol.)

Fig. 54.

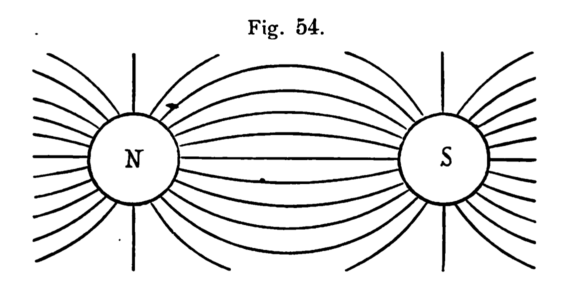


Fig. 55.

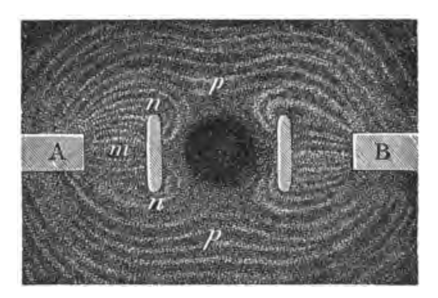
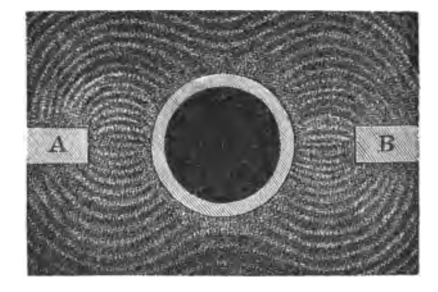


Fig. 56.



107. Ein horizontal frei aufgehängter Magnetstab stellt sich mit der magnetischen Achse parallel zum Meridian; vertical aufgehängt stellt er sich nahezu in die Normale (Senkrechte).

108. Die Ursache der dauernden magnetischen Kraft nennt man Coërcitiv-Kraft.

109. Verhalten der Magnete gegen: *a)* Eisen, *b)* Stahl, *c)* Magnete: Eisen und Stahl werden angezogen oder abgestossen, je nach der Stärke der magnetischen Kräfte $m m_1$ (directes Verhältniss) und der Entfernung e (dem Quadrat der letzteren verkehrt proportional),

$$\frac{m m_1}{e^2} \qquad \text{Dimension:} \quad \begin{array}{l} m_s = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{5}{2}} T^{-2} \\ m_d = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1} \end{array}$$

110. Zwei Magnete wirken aufeinander direct proportional dem Producte der magnetischen Massen, verkehrt proportional den dritten Potenzen der Entfernung.

$$\left(\frac{m m_1}{e^3}\right)$$

111. Gleichnamige Pole stossen einander ab, ungleichnamige ziehen sich an.

112. Die magnetische Fernwirkung wird durch unmagnetische Körper nicht beeinträchtigt.

113. Die Entfernung, auf welche Magnete wirken, nennt man die magnetische Atmosphäre.

114. Eisenfeile der Einwirkung magnetischer Pole ausgesetzt, arrangirt sich in charakteristischen, central ausgehenden Linien, den sogenannten »Kraftlinien« (s. Fig. 54—56).

115. Die »Tragkraft« und die »Oscillation« sind Maasse für die magnetische Kraft.

116. Tragkraft $S = \alpha \sqrt[3]{P^2}$.

Wenn bei Hufeisen P in Kilogramm ausgedrückt wird, so ist $\alpha = 10{\cdot}33$.

Wenn bei geraden Stäben P in Kilogramm ausgedrückt wird, so ist $\alpha = 9{\cdot}89$.

117.

$$\begin{array}{c} S = \alpha \sqrt[3]{P^2} \\ \hline S^3 = \alpha^3 P^2 \\ S_1^3 = \alpha^3 P_1^2 \\ \hline S^3 : S_1^3 = P^2 : P_1^2 \end{array}$$

d. h. die dritten Potenzen der Tragkräfte verhalten sich wie die Quadrate der Gewichte.

118. T = Schwingungszeit N = Schwingungszahl

$$\left.\begin{array}{l} l = \text{Länge} \\ M = \text{Kraft} \end{array}\right\} \text{des Magneten.}$$

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \qquad T = \frac{1}{N}$$

$$\frac{1}{N} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$N = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$M : M_1 = N^2 : N_1^2$, d. h. die magnetischen Kräfte verhalten sich wie die Quadrate der Schwingungszahlen.

119. Sättigungspunkt:

$$T = \alpha \sqrt[3]{P} \quad \sqrt[6]{l}$$

$\alpha = 2{\cdot}67$ bis $2{\cdot}15$, wenn P in Loth und l in Zoll.

120. Constanten der Magnete:

a) Intensität der magnetischen Kraft;
b) Declination: Winkel der magnetischen Achse mit dem Meridian;
c) Inclination: Winkel der magnetischen Achse mit der Horizontalebene.

121. Für Wien (1879): Decl. = $13^0\,35'\,3''$, Incl. = $64^0\,22'\,2''$.

122. Wesentliche Störungen dieser Constanten beobachtet man ziemlich regelmässig alle $10^1/_3$ Jahre.

123. Linien der Erdpunkte gleicher Intensität: Isodynamen.

124. Linien der Erdpunkte gleicher Declination: Isogonen (Fig. 57).

125. Linien der Erdpunkte gleicher Inclination: Isoclinen (Fig. 58).

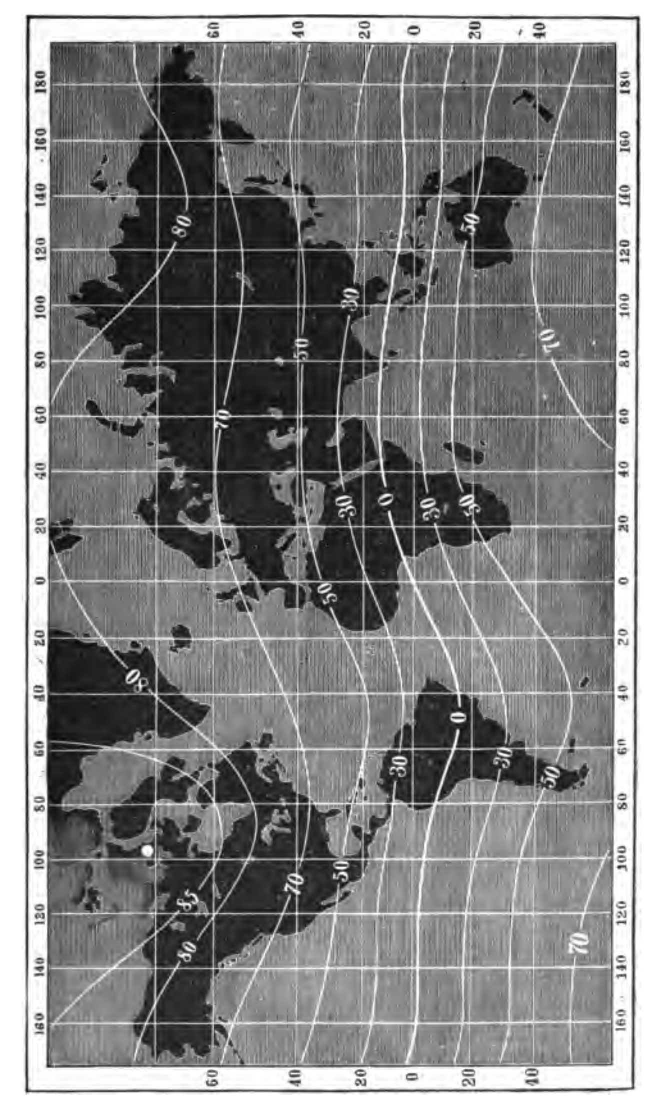
126. Wärme und Torsion entmagnetisiren. Nach der Detorsion stellt sich die nahezu unveränderte magnetische Kraft wieder ein. Wärme entmagnetisirt total.

127. Astatische Magnete: Zwei parallele, fix derart verbundene gleich starke Magnete, dass die ungleichen Pole nach gleicher Richtung zeigen, und die so weit von einander entfernt sind, dass die Influenz des etwa stärkeren die Umkehrung der Pole des andern Magneten nicht bewirken kann.

Fig. 57.

Karte der Isogonen.

Fig. 58.



Karte der Isoclinen.

128. Die Erde ist als ein grosser Magnet zu betrachten.

129. Erdmagnetismus äussert sich durch Richten der Magnetnadel (messbar durch Declination und Inclination) und durch Erregung von Polen in magnetisirbaren Körpern.

130. Diamagnetismus. Es gibt Körper, die von beiden Polen abgestossen werden, Faraday nannte sie Diamagnetica.

131. Diamagnetische Körper stellen sich in die äquatoriale Lage, d. h. sie haben das Bestreben, sich rechtwinkelig zur Verbindungslinie zweier Magnetpole zu stellen.

132. Diamagnetisch sind: Wolfram, Uran, Iridium, Arsen, Gold, Kupfer, Silber, Tellur, Schwefel, Selen, Phosphor, Blei, Quecksilber, Cadmium, Zinn, Zink, Antimon, Wismuth, Jod.

133. Ebenso wie Flüssigkeiten magnetische Eigenschaften zeigen, sind einige auch diamagnetisch, z. B.: Wasser, Alkohol, Aether, Olivenöl, Terpentin, Säuren, Blut, Wasserstoff, Stickstoff.

134. Auch Flammen zeigen Diamagnetismus.

III.

Allgemeines über die Elektricität.

(Elektrostatische Erscheinungen.)

135. Vom Wesen der Elektricität sind bis jetzt nur Hypothesen aufgestellt. Elektrische Wirkungen erkennen wir durch charakteristische { Anziehung / Abstossung.

136. Elektricität wird erregt durch: Reibung, Influenz, Stoss, Druck, Wärme, chemische Action, galvanische und magnetische Induction, Temperatur-Differenzen.

137. Die Elektricität ist auf einem Körper im Gleichgewichte (latent), wenn derselbe nicht elektrisch wirkt;

138. man bezeichnet sie als »Freie Elektricität«, wenn ein Körper elektrische Eigenschaften (Wirkungen) zeigt (elektrisch activ ist).

139. Es gibt positive (+) und negative (—) elektrische Zustände.

140. Nur Katzenpelz wird beim Reiben immer + elektrisch, alle anderen Körper verhalten sich bei elektrischer Erregung bezüglich des Vorzeichens der erzielten Elektricität variabel.

141. Körper mit gleichnamiger Elektricität stossen sich ab, Körper mit ungleichnamiger Elektricität ziehen sich an.

142. *Coulomb'sches Gesetz*: Die elektrische Wirkung ist dem Producte der Elektricitätsmengen ($m\ m_1$) direct, dem Quadrate der Entfernung (e^2) umgekehrt proportional.

143. Freie Elektricität hält sich nur auf der Oberfläche der Körper (Experiment mit dem Sacke, der Rolle, dem Gitter, dem Kasten).

144. Körper in freier Elektricität haben das Bestreben, in den latenten elektrischen Zustand zurückzukehren, sie zeigen *elektrische Spannung*.

145. Ein elektrischer Körper erregt in einem benachbarten nicht elektrischen Körper freie Elektricität, und zwar derart, dass beide Körper an den einander zugekehrten und den von einander abgekehrten Seiten ungleichnamige Elektricität zeigen (Influenz).

146. + Elektricität wirkt anziehend auf — Elektricität
— » » » » + »

Bei continuirlicher Anziehung sind die Elektricitäten gebunden.

147. *Gute Leiter der Elektricität* nennt man Körper, welche die Elektricität leicht aufnehmen und leicht wieder abgeben: Metalle, Holzkohle, Graphit, concentrirte Säuren, Salzlösungen, wässerige Flüssigkeiten, lebende vegetabilische und animalische Stoffe, Leinwand, Baumwolle.

148. *Halbleiter der Elektricität*: Alkohol, Aether, Glaspulver, trockenes Holz, Marmor, Papier, Stroh, Eis bei 0^0.

149. *Schlechte Leiter*: Trockene Metalloxyde, Felle, ätherische Oele, Eis bei -10^0, Guttapercha, Kautschuk, Porzellan, Leder, Wolle, Haare, Seide, Glas, Schwefel, Harze, Schellack.

150. Leitungsfähigkeit und Leitungswiderstand sind reciproke Grössen.

151. Die Körper haben für Wärme und Elektricität die gleiche Leitungsfähigkeit.

152. Von der Höhe (Dichte) der elektrischen Schichte auf der Oberfläche der Körper hängt die Stärke der elektrischen Spannung ab.

153. Auf Spitzen und Erhöhungen wird man grössere elektrische Dichtigkeit bemerken, als an den mit jenen zusammenhängenden Flächen.

154. *a)* Auf der Kugeloberfläche ist die elektrische Dichte gleichförmig.

b) Auf einem Ellipsoid (einer Ellipse) verhalten sich die elektrischen Dichten direct wie die grosse zur kleinen Achse.

c) Wenn auf einer Scheibe die Dichte der Elektricität im Mittelpunkte = 1 ist, so ist sie im halben Radius = 1·17, an der Peripherie = 2·70.

d) Wenn in einem Rechtecke die elektrische Dichte im Schnittpunkte der Diagonalen = 1 ist, so ist sie an den schmalen Seiten = 2, an den langen Seiten in der Mitte = 0·5, an den Ecken = 2·1.

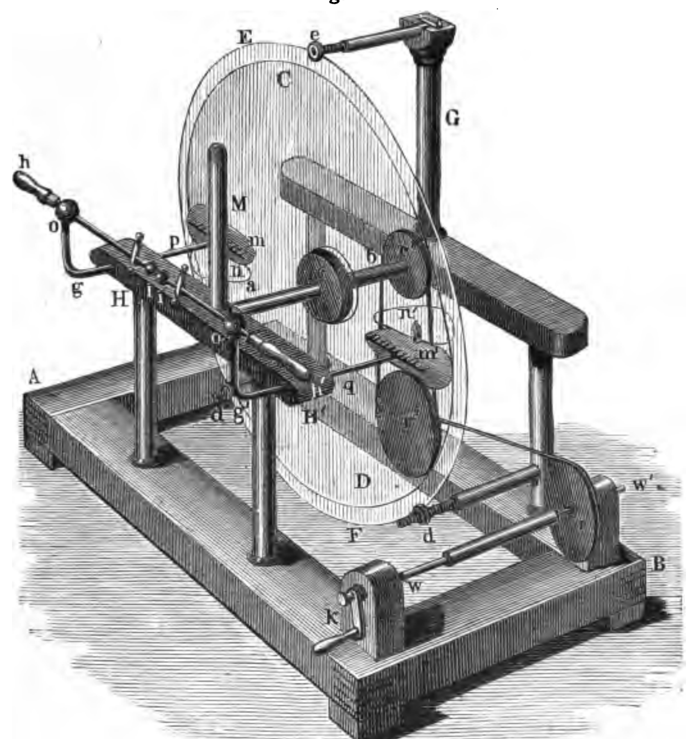
e) Wenn auf einem Kegel die Dichte der Elektricität im Mittelpunkte der Basis = 1 ist, so ist sie an der Spitze (wegen des Ausströmens) = ∞.

155. Berührt man einen mit Elektricität geladenen Leiter und einen geladenen Nichtleiter mit dem Finger, so wird ersterer sofort entladen, letzterer aber nur an der berührten Stelle.

156. Die Fortpflanzung der Elektricität soll enorm gross sein. Man bezweifelt dies neuerer Zeit — und vergleicht die Fernwirkung der Elektricität mit der Fortpflanzung des hydraulischen Druckes.

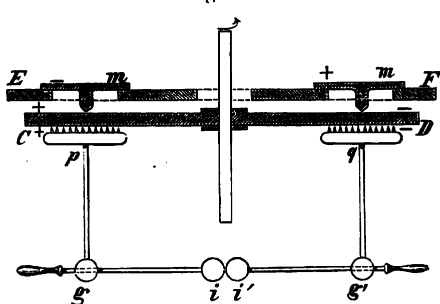
157. Unterschiede zwischen Elektricität und Magnetismus: 1. Auf jedem magnetischen Körper ist sowohl Nord- als Südmagnetismus vorhanden; elektrische Kraft kann auf einem Körper sowohl + allein, als auch — allein angesammelt werden; 2. magnetische Kraft wirkt auf den Körper gleichmässig und caeteris paribus unveränderlich; elektrische Kraft geht auf den beeinflussten Körper über, sie vertheilt sich und

Fig. 59.



Influenzmaschine von Holtz.

Fig. 60.



Schema der Influenzmaschine.

wird auf dem ursprünglichen Körper abnehmen; 3. Elektricität ist leitungsfähig, Magnetismus (beziehungsweise) nicht.

158. Mit Elektricität und Magnetismus geladene Körper werden in ihrer Wirkung auf andere Körper durch Nichtleiter und Diamagnetica nicht behindert. Elektrische Influenz ist aber nicht zu erzielen, wenn zwischen beiden Körpern ein mit der Erde verbundener Leiter aufgestellt wird.

159. Die Influenzmaschine (Holtz, Töpler; Fig. 59 und 60) besteht aus einer fixen, mit aufgepappten Papierblättern (*m*) belegten Glasscheibe (*E*). Parallel zu dieser kann eine zweite Glasscheibe (*C*) in Rotation versetzt werden. Ladet man die eine Papierplatte mit irgend einer freien Elektricität, und dreht die zweite Glasscheibe gegen die Spitzen der Papierbelegung, so wird in der rotirten Scheibe durch Influenz der latente elektrische Zustand aufgehoben, freie Elektricität angesammelt, und kann dieselbe mittelst Saugspitzen auf Metallkugeln (Conductoren) angesammelt werden.

160. Leydnerflaschen (siehe Pkt. 162) erhöhen die Möglichkeit, starke Spannungen auf den Conductoren zu erzielen.

161. Eine Glasplatte beiderseits derart mit Stanniol belegt, dass breite Ränder frei bleiben, nennt man »elektrische« oder »Franklin'sche Tafel«; ladet man die eine Seite mit freier Elektricität, während die andere zur Erde abgeleitet ist, so entsteht durch Influenz elektrische Spannung.

162. Auf demselben Princip basirt die Leydnerflasche (Fig. 61).

163. Berührt man bei diesen Apparaten die eine Belegung mit der andern, so wird der Apparat entladen.

164. Die Grenzen, innerhalb welcher die freie Elektricität eines Körpers wirkt, nennt man freie elektrische Atmosphäre oder das elektrische (magnetische) Feld.

165. Bei der Elektricitäts-Erzeugung durch Reiben erhält man immer einerseits + Elektricität, anderseits — Elektricität.

166. Ob + Elektricität oder — Elektricität durch Reibung erregt wird, hängt vom Reibzeuge ab.

167. In der Spannungsreihe wird jeder Körper, mit dem Nachfolgenden gerieben, + elektrisch, mit dem Vorstehenden gerieben, — elektrisch.

Fig. 61.

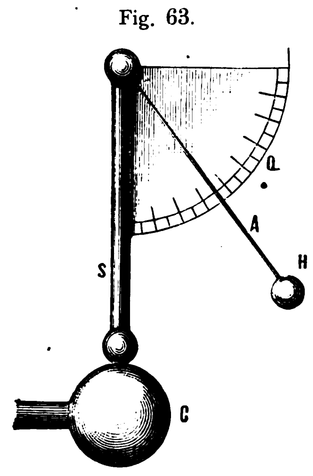
Leydnerflasche.

Fig. 62.



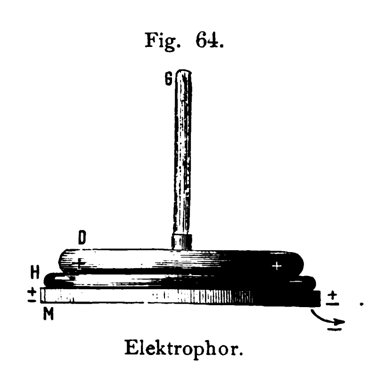
Reibungs-Elektrisirmaschine.

Fig. 63.



Quadranten-Elektrometer.

Fig. 64.



Elektrophor.

+

Katzen- und Bärenfell,
Flanell,
Elfenbein,
Federkiele,
Bergkrystall,
Flintglas,
Baumwolle,
Leinwand,
weisse Seide,
die Hand,
Holz,
Lack,
Eisen, Kupfer, Messing, Zinn,
Silber, Platin, Schwefel.

—

168. Reibungs-Elektrisirmaschine (Fig. 62). Eine Glasscheibe, um eine Achse drehbar und an Lederkissen gerieben, gibt + Elektricität am Conductor, — Elektricität am Reibzeug, das beim Drehen der Scheibe mit der Erde verbunden sein soll. (Ist durch die Influenzmaschine fast ganz verdrängt).

169. Die Lederkissen seien mit Kienmeyer's Amalgam bestrichen. (2 Theile Quecksilber, 1 Theil Zink und 1 Theil Zinn).

170. Schlechte Leiter werden nur an der geriebenen Stelle elektrisch. Bei guten Leitern breitet sich die erregte Elektricität über die ganze Oberfläche und gleichmässig aus.

171. Henley-Quadranten-Elektrometer (Fig. 63).

172. Elektrophor (Fig. 64), ein Metallteller, mit Harz ausgegossen, und ein kleinerer Metallteller mit isolirender Handhabe daraufgelegt, gibt einen Elektricitätsträger nach dem Principe der Franklin'schen Tafel.

173. Berührt man mit einem elektrischen Körper einen unelektrischen Körper, so wird letzterer durch Mittheilung elektrisch.

174. Man macht folgende Beobachtungen

Bei Mittheilung:		bei Influenz:
	der erregenden Körper	
verliert an Elektricität		bleibt unverändert.

Die Elektricität	
ist gleichnamig	ist ungleichnamig.
Das Elektrisiren erfordert die Mitwirkung	
eines Leiters	eines Nichtleiters.
Der zu elektrisirende Körper	
muss isolirt sein	soll momentan mit der Erde verbunden sein.

175. Nähert man dem geladenen Conductor einer Elektrisir- oder Influenzmaschine einen mit der Erde in Verbindung stehenden Körper, so wird + Elektricität auf diesen, dagegen — Elektricität auf den Conductor überströmen, so dass auf letzterem schliesslich der latent elektrische Zustand wieder hergestellt wird. Dieses Ueberströmen erfolgt zumeist in Form eines *elektrischen Funkens*. Man nennt dies: *den Conductor entladen*.

176. Entladet man mittelst einer Leydnerflasche, so wird diese geladen. (Siehe Pkt. 161—162.)

177. *Der elektrische Funke.* Bei grosser Spannung und geringer Menge der Elektricität (wie sie z. B. am Conductor der Elektrisirmaschine erscheint) ist der Funke lang, geästelt und gibt fast keine Lichtstrahlung. Bei geringerer Spannung, aber grösserer Menge der Elektricität ist der Funke kürzer, aber gerade, sehr hell glänzend; er wird in diesem Falle auch Licht ausstrahlen.

178. Die *Farbe* des Funkens hängt von der Natur der Elektricitätsträger und von der Natur der Luftschichten oder Gase ab, die sich zwischen jenen Trägern befinden.

179. Im luftverdünnten Raume wird der Funke auf grössere Distanzen überspringen (seine Schlagweite ist grösser). (Elektrisches Ei, Geissler'sche Röhren, Fig. 65 und 66.)

180. Im absolut luftleeren Raume ist die Bildung elektrischer Funken unmöglich.

181. In gewöhnlicher Luft ist der elektrische Funke etwas bläulich — in Wasserstoff röthlich — in Kohlensäure grünlich etc.

182. Blitzröhren (Fig. 67), Lichtbüschel (Fig. 68—71).

183. An der + Elektrode (zumeist aus Platin oder Silber, Aluminium, Eisen etc.) der Geissler'schen Röhre erscheint

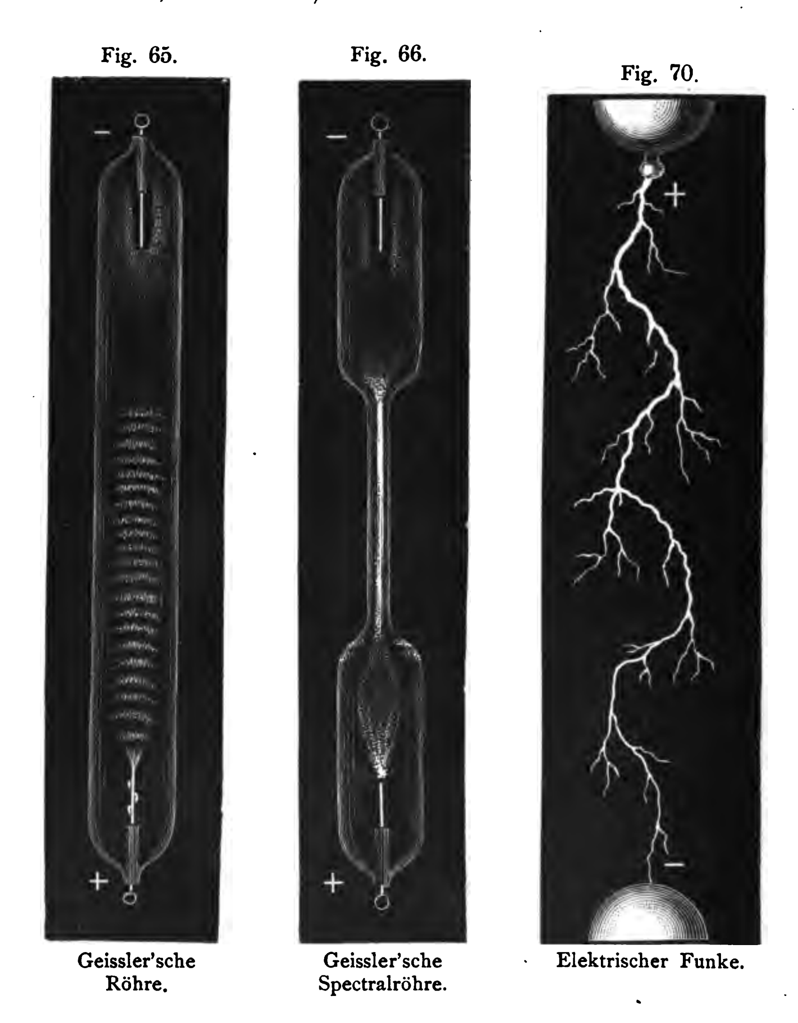


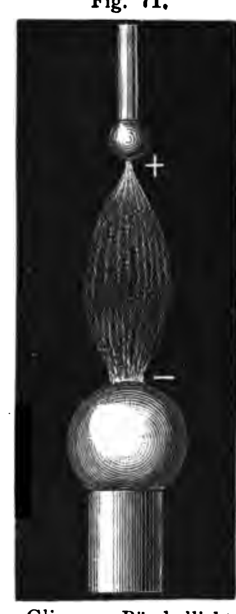
Fig. 65. Geissler'sche Röhre.

Fig. 66. Geissler'sche Spectralröhre.

Fig. 70. Elektrischer Funke.

röthliches, an der anderen Elektrode veilchenblaues Glimmlicht, dazwischen liegt die Aureole, eigenthümlich geschichtet und in vibrirender Bewegung.

Fig. 71.



Glimm- u. Büschellicht.

Fig. 69.



Ausströmen von Elektricität.

Fig. 67.



Blitzröhre.

Fig. 68.



Positiv elektrisches Lichtbüschel.

Die Ursachen der Schichtung und Bewegung wurden erst in jüngster Zeit (vide v. Urbanitzky) erforscht. Die Aureole verändert sich in Folge magnetischer Einwirkungen.

184. Der elektrische Funke wirkt chemisch und mechanisch; er entzündet Gase, zerlegt chemische Reagentien und bewirkt Disaggregation. Er durchschlägt bei genügender Spannung Isolatoren, durch die er sich entladet.

185. Der Blitz ist ein elektrischer Funke. (Der Donner die Vibration der durch den Blitz gewaltsam erschütterten Luft.)

186. In der Atmosphäre ist fast immer eine elektrische Spannung zwischen den verschiedenen Schichten oder zur Erde nachweisbar.

187. Diese elektrische Spannung wird provocirt durch den Temperaturwechsel, durch die Wasserverdampfung, durch Tropfenbildung und durch die Vegetation.

188. Gegen die schädlichen Einwirkungen der atmosphärischen Elektricität schützt man sich durch Blitzableiter.

189. Erfordernisse zu einem guten Blitzableiter:

a) Ein System gut verbundener Leiter vom höchst zu erreichenden Punkte des zu schützenden Objectes bis zur Grundwasserschicht in der Erde.

b) Die oben befindliche Stange muss in eine Spitze aus schwer schmelzbarem Metall auslaufen.

c) Die gesammten Leitungstheile müssen stark dimensionirt sein, und eine bedeutende Leitungsfähigkeit haben.

190. Für Telegraphen-Leitungen hat man besondere Blitzableiter construirt.

191. *Pyroelektricität.* Manche Körper zeigen bei Temperatur-Veränderungen elektrische Spannung.

192. Turmalin, Borazit, Topas, Prehnit, Kieselzinkerz, Skolezit, Axinit, dann Rohrzucker, traubensaures Natron-Amon, weinsaures Kali etc. werden elektrisch *(Pyroelektricität)*, wenn man sie einseitig erwärmt,

193. u. zw. auch nur dann, wenn sie hemiëdrisch krystallisirt oder hemimorph zu solcher Elektricitäts-Erregung in Verwendung genommen werden.

194. Elektrische Achse nennt man dabei die Verbindungslinie der Punkte, zwischen denen die grösste elektrische Spannung besteht.

195. Analoge Pole,
die bei erhöhter Temperatur + } elektrisch werden.
» » erniedrigter » — }

196. Antiloge Pole,
die bei erhöhter Temperatur — } elektrisch werden.
» » erniedrigter » + }

197. *Thermoelektricität.* Combinationen von zusammengelötheten Stäben aus:

Wismuth — Antimon,
» — Kupfer,
» — Argentan,
» — Tellur,
Kupferkies — Pyrolusit,
Eisen — Neusilber etc.

werden elektrisch *(Thermoelektricität)*, wenn man die Löthstellen erwärmt, so dass in den zusammengelötheten Stäben Temperatur-Differenzen auftreten.

198. Je grösser die Temperatur-Differenz der Löthstellen, desto grösser die thermoelektrische Kraft.

199. Thermoelektrische Spannungsreihe:

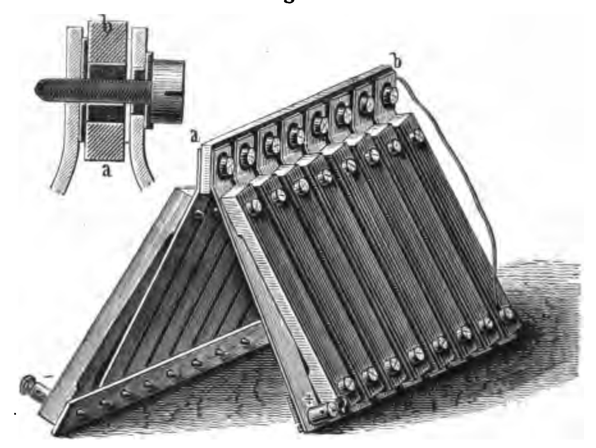
\+
Tellur
Antimon
Eisen
Nickel
Quecksilber
Wismuth
—

200. Die thermoelektrische Kraft ist zur Ueberwindung grosser Leitungswiderstände in der Regel ungeeignet, wirkt mehr quantitativ.

201. Thermoelektrische Säule nach Markus (Fig. 72).

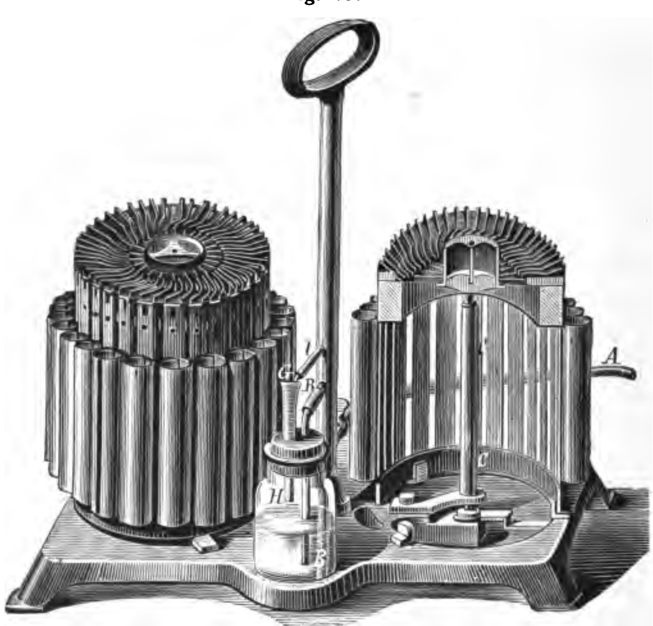
202. Thermoelektrische Ströme dienen hauptsächlich zu Untersuchungen über strahlende Wärme und zum Messen von

Fig. 72.



Thermosäule nach Markus.

Fig. 73.



Thermosäule nach Hauck.

Temperatur-Differenzen; wenn sie in grosser Stärke erzeugt werden, wohl auch zu Zwecken der Elektrolyse und Galvanoplastik.

203. Thermosäule von Hauck (Fig. 73).

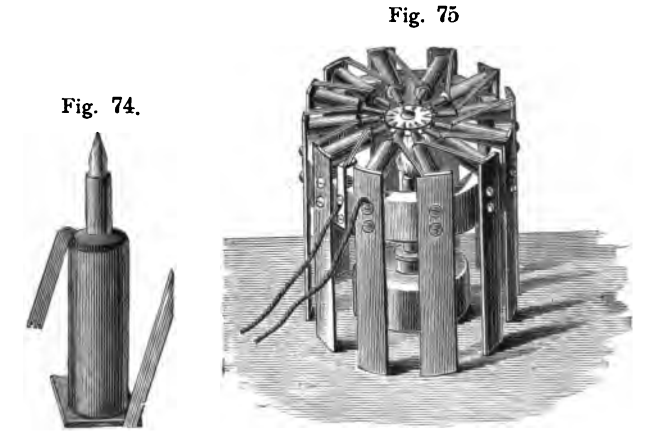
204. » » Noë Rebicek (Fig. 74 und 75).

205. » » Clamond (Fig. 76 und 77).

206. Elektrische Erscheinungen erhält man auch beim Feilen — Zerspalten einer Karte — Zerschlagen von Zucker,

Fig. 75

Fig. 74.



Thermosäule nach Fr. Noë.

Steinen — Spalten von Gyps, Glimmer etc. — Druck des Kalkspaths.

207. Weitere, u. zw. ganz eigenthümliche elektrische Erscheinungen beobachtet man beim Zitteraal (gymnotus electricus) — Zitterrochen (raja torpedo) — Wels (silurus electricus), und man nennt dieselben animalische Elektricität.

208. Die durch Reibung, Stoss, Druck, Temperatur-Differenz, Influenz etc. erregte Elektricität hat gewöhnlich eine grosse Dichte, aber geringe Menge; man nennt sie statische (ruhende) Elektricität, und ist dieselbe wegen ihrer grösseren Spannung zur Funkenerregung ganz besonders geeignet.

209. Die statische Elektricität misst man mit dem Elektroskop und dem Elektrometer.

Fig. 76.

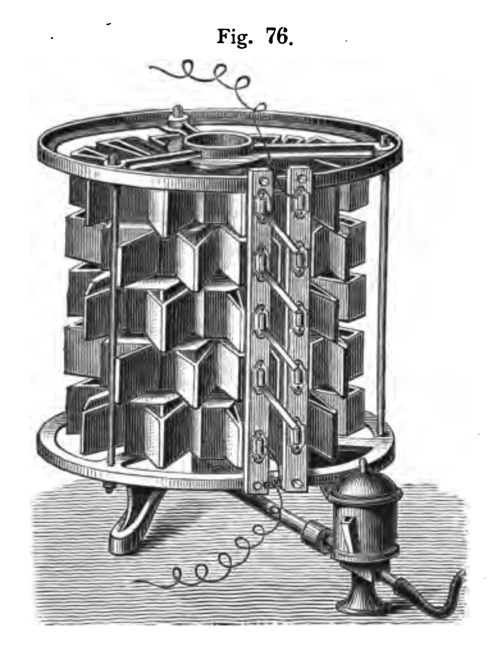


Fig. 77.

Thermosäule nach Clamond.

210. Statische Elektricität wird gewöhnlich auf völlig isolirten Körpern mit grosser Oberfläche angesammelt. Dynamische (strömende) Elektricität wird auf Körpern beobachtet, bei denen die Dimension der Länge die anderen Dimensionen überwiegt. Zum Zustandekommen der letzteren gehört ein geschlossener Leiter.

IV.

Das Potential und die Kraftlinien.

211. Statt »elektrischer oder magnetischer Zustand« kann man auch den Ausdruck »Potential« (nach Green) setzen. Das Potential eines Punktes ist jene *Arbeit*, welche nöthig ist, um die magnetische oder elektrische Einheit aus unendlicher Entfernung nach jenem Punkte zu führen.

212. Werden zwei Körper verschiedenen elektrischen Potentials mit einander durch einen Leiter verbunden, so strömt Elektricität vom Körper mit höherem Potential nach dem mit niedrigerem Potential.

213. Findet kein Elektricitätsübergang statt, so haben die beiden verbundenen Körper gleiches Potential.

214. Zum Begriff »Potential« gehören immer zwei gegebene Punkte; ist nur ein Punkt gegeben, so bezieht man denselben zur Erde, deren Potential immer gleich Null gesetzt wird.

215. Ein Leiter, mit Elektricität geladen, hat an allen seinen Punkten dasselbe »Potential«.

216. In der Elektricitätslehre ist »Potential-Differenz« das, was »Niveau-Differenz« in der Hydrostatik, oder Temperatur-Differenz in der Wärmelehre ist.

217. Nur dann wird die Einheit magnetischer oder elektrischer Kraft durch die Wirkung elektrischer Massen von einem Punkte nach einem zweiten überführt, wenn zwischen diesen Potential-Differenz besteht.

218. Bei diesem Strömen der Elektricität muss aber Arbeit geleistet oder gewonnen werden, je nachdem die elektrischen Zustände gleichnamig oder ungleichnamig sind. Bewegt man also positiv gegen positiv, oder negativ gegen negativ, so wird wegen der Abstossung Arbeit verbraucht; positiv gegen negativ liefert wegen der Anziehung Arbeit.

219. Strenger definirt ist nun »Potential-Differenz« jene Differenz elektrischer Zustände, der zufolge die positive Elektricität Arbeit liefert, wenn sie sich von einem Punkte mit höherem Potential nach einem mit niedrigerem bewegt.

220. Gemessen wird die Potential-Differenz durch den Arbeitsbetrag, welchen die Mengen-Einheit der positiven Elektricität auf die vorerwähnte Weise liefert.

221. Die ganze Arbeit, welche erforderlich ist, um einen Körper in Folge seiner elektrischen Anziehung oder Abstossung von irgend einem Punkte nach einem andern zu bewegen, ist gleich der algebraischen Summe der von dem elektrischen Körper und für ihn geleisteten Arbeit, wobei die erstere Arbeit positiv, die andere negativ genommen wird.

222. Ein absolutes Potential gibt es nicht. Potential eines Punktes bezeichnet die Differenz seines Potentials und desjenigen der Erde.

223. Ist ein fixer, elektrischer Punkt O gegeben, so wird in verschiedenen Entfernungen eine verschiedene Arbeitsmenge nöthig sein, um die Einheit der positiven Elektricität gegen O zu bewegen. In den verschiedenen Punkten werden also verschiedene Potentiale zu O herrschen. Flächen gleichen Potentials heissen »Niveau-Flächen«; sie umgeben regelmässig geformte Körper in Form von Kugelhüllen.

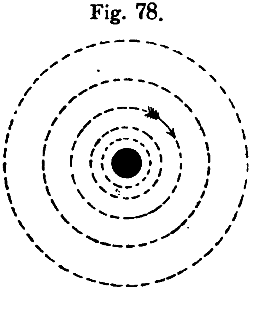
224. Die Bewegungsrichtung muss nicht eine gerade Linie sein, denn die Arbeit der elektrischen Kraft ist gleich gross, ob die beiden in Betracht gezogenen Körper einander in gerader Linie oder in einem Bogen oder auf einem anderen Wege genähert werden.

225. Von elektrischen Körpern werden die mit gleichnamiger Elektricität geladenen abgestossen, so dass sie von Niveauflächen hohen Potentials zu solchen niedrigen Potentials

fortschreiten, dabei wird immer der kürzeste Weg eingeschlagen. Die Linien nun, welche den Weg der abgestossenen Theilchen bezeichnen, heissen »Kraftlinien«.

226. Der Raum im Bereiche der Kraftlinien heisst »das magnetische, eventuell elektrische Feld«.

Fig. 78.



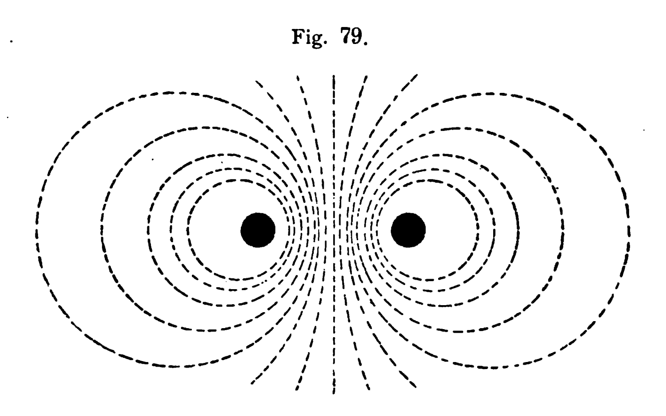
227. Unter »Kraftlinien« versteht man also jene geraden Linien in einem magnetischen Felde, zu welchen die Niveauflächen senkrecht verlaufen.

228. Jeder Stromleiter ist von magnetischen Kraftlinien wie mit einem System von Röhren umgeben. (Fig. 78.) Der Durchmesser derselben wächst in geometrischer Progression.

229. Jede Kraftlinie strebt sich zusammenzuziehen und je zwei drücken gegeneinander.

230. Treffen die Kraftlinien zweier Stromleiter zusammen

Fig. 79.



(Fig. 79), so pressen sie sich gegen innen und erweitern sich nach aussen.

231. Eine frei bewegliche Magnetnadel legt sich tangential an die zunächst gelegene Kraftlinie.

232. Im magnetischen Felde herrscht Spannung längs der Kraftlinien, Pressung senkrecht gegen die Kraftlinien.

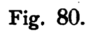


Fig. 80.

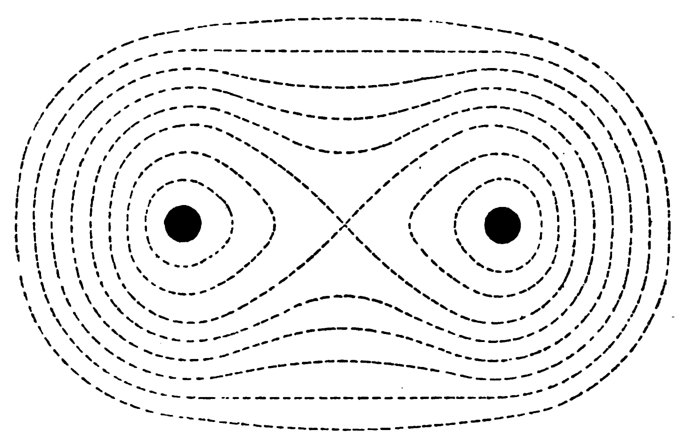
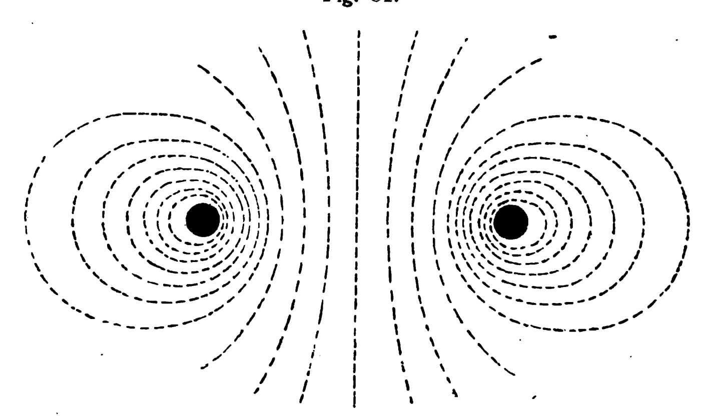


Fig. 81.



233. Die Fig. 80 und 81 zeigen das Arrangement der Kraftlinien bei gleichgerichtetem und entgegengerichtetem Strom.

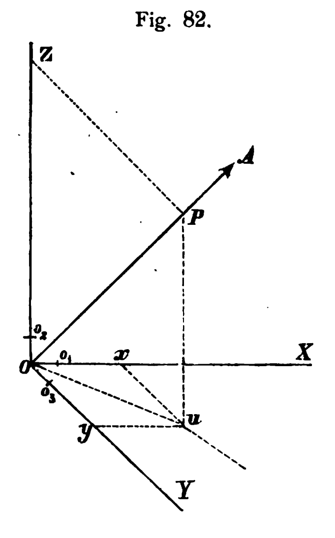
234. Das Potential hat in allen Punkten des Raumes einen bestimmten Werth. Der algebraischen Differenz der Po-

tentialwerthe zweier verschiedenen Punkte entspricht auch die Potential-Differenz.

235. Ein Potential ist grösser als das andere (siehe Pkt. 33, S. 43), wenn man zu demselben eine positive Zahl addiren muss, um die andere zu erhalten.

236. In Fig. 82 sei OP der Grösse und Richtung nach die, auf die in O befindliche Einheit der positiven Elektricität wirkende elektrische Kraft. Sie sei in die Componenten Ox, Oy und Oz zerlegt. Das Potential des Punktes O ist nun die Arbeit, welche von der Kraft p geleistet wird, wenn man ein Theilchen M, welches die Einheit der elektrischen Kraft besitzt, nach einem festen Punkte A hinbewegt.

Fig. 82.



Da es gleichgiltig ist, auf welchem Wege M nach A geführt wird, so sei M vorerst nach o_1 und von da nach A bewegt. Die Arbeit summirt sich nun aus der von O bis o_1 und von o_1 bis A geleisteten. Ist nun das Potential von $O = V$ und $o_1 = V_1$, so erhalten wir für die Bewegung von O nach o_1

$$V - V_1.$$

y und z leisten in diesem Falle gar keine Arbeit, und die von x geleistete ist gleich

$$x \,.\, O\,o_1 = V - V_1$$

$$x = \frac{V - V_1}{O o_1}.$$

Je kleiner $O\,o_1$, desto genauer ist die Gleichung.

237. Der negative Werth von $\frac{V - V_1}{O\,o_1}$ würde anzeigen, dass x in entgegengesetzter Richtung zu $O\,x$ arbeitet. Analog erhalten wir nun:

$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{V - V_1}{O o_1} \\ y = \dfrac{V - V_2}{O o_2} \\ z = \dfrac{V - V_3}{O o_3} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

238. Aus diesen Werthen für die Seitenkräfte x, y und z kann man nach dem Parallelogramm der Kräfte die mittlere Kraft p der Richtung und Grösse nach durch Rechnung oder Construction bestimmen. Namentlich findet man, dass:

$$p^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

239. Hätten wir nun, wie das ja meistens der Fall ist, mehrere elektrische oder magnetische Kraftmengen m_1, m_2, m_3 ..... in den Punkten A_1, A_2, A_3 ..... und die Entfernung des Punktes O von diesen Punkten sei r_1, r_2, r_3 ...., so wird die bei einer Bewegung ausgeführte Gesammtarbeit, d. i. das Potential

$$V = \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \frac{m_3}{r_3} \quad \ldots\ldots \quad 3)$$

Durch Integration lassen sich derartige Summen ohne weitere Schwierigkeiten bestimmen.

240. Gleichung 3 zeigt, dass das Potential positiver elektrischer oder magnetischer Kräfte positiv, das negativer Kräfte negativ sein muss.

241. Je grösser r wird, desto kleiner wird der Werth des Bruches in Gleichung 3, und man wird schliesslich so weit kommen, dass man solche Brüche ganz vernachlässigen darf, d. h. die Wirkung weit entfernter elektrischer oder magnetischer Kräfte hat bei Betrachtung von Potential-Differenzen keinen maassgebenden Einfluss.

242. Elektromotorische Kräfte bewirken Potential-Differenzen. Man gebraucht hie und da (nicht ganz correct) den letzteren Ausdruck für den ersteren.

243. Als Einheit des Potentials gilt das innere Potential einer Kugel vom Radius Eins, welche mit der Elektricitätsmenge Eins geladen ist.

Dimension: $V_d = [M^{1/2} L^{3/2} T^{-1} : L]$, $V_s = [M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}]$.

244. Potential-Differenzen werden aber zumeist nur indirect durch die Relation zu anderen elektrischen Grössen gemessen. (Siehe Pkt. 513—521, S. 128.)

V.

Galvanismus.

A. Elektromotorische Kraft.

245. Wenn man Metalle in leitende Flüssigkeiten taucht, werden die Metalle und die Flüssigkeit verschieden elektrisch.

246. Je zwei bestimmte und zwar heterogene Metalle werden in derselben Flüssigkeit verschieden elektrisch.

247. Verschiedene Metalle werden in verschiedenen Flüssigkeiten, die sich berühren, ebenfalls verschiedene elektrische Differenzen zeigen.

248. Diese elektrischen Differenzen hängen einzig und allein von der *Natur* der sich berührenden Körper ab, sie sind unabhängig und unbeeinflusst von der Berührungsdauer, von der Anzahl der Berührungspunkte und von der Grösse der Körper.

249. Die Ursache solcher elektrischer Differenzen wird elektromotorische Kraft genannt; sie bringt die Körper aus dem latent elektrischen in den activ elektrischen Zustand.

250. Nach Volta wird elektromotorische Kraft durch Berührung heterogener Metalle activ. (Contacttheorie, Volta's Fundamental-Versuch.)

251. Nach Faraday, Becquerel, De la Rive, Schönbein ist nur der chemische (Oxydations-) Process die Ursache der elektromotorischen Kraft. (Chemische Theorie.)

252. Spannungsreihe:



Nach Volta:	Nach Pfaff:
Blei	Cadmium
Zinn	Zinn
Eisen	Blei
Kupfer	Wolfram
Silber	Eisen
Gold	Wismuth
Graphit	Antimon
Braunstein	Kupfer
—	Silber
	Gold
	Tellur
	Platin
	Palladium
	—

253. Jedes dieser Metalle, mit jedem nachfolgenden in Verbindung gebracht, wird positiv elektrisch; umgekehrt: negativ elektrisch.*)

254. Je grösser der Abstand der Metalle in der Spannungsreihe, desto grösser die elektrische Differenz.

255. Die elektrische Differenz zweier Metalle in der Spannungsreihe ist gleich der Summe der elektrischen Differenzen aller dazwischen liegenden Metalle.

256. Differenzwerthe:**)

$Zn - Pb$ 5
$Pb - Sn$ 1
$Sn - Fe$ 3
$Fe - Cu$ 2
$Cu - Ag$ 1

also:

$Zn - Ag$ 12 $(= 5 + 1 + 3 + 2 + 1)$
$Pb - Cu$ 6 $(= 1 + 3 + 2)$

---

*) Hier gelten die Bezeichnungen + und — nur für die Spannungsreihe. Wenn von der Richtung des Stromes gesprochen wird, dann heisst jenes Metall +, von welchem die + Elektricität ausserhalb der Flüssigkeit zum anderen Metall strömt; die hier gebrauchten Vorzeichen werden sich daher dann umkehren.

**) Die Formeln für die Metalle und Flüssigkeiten sind aus den Tabellen I und VII, Seite 158 und 163, zu ersehen.

257. Kohlrausch setzt die Spannungsdifferenz zwischen *Zn* und *Cu* = 100 und findet dann:

Zn/Cu	100
Zn/Au	112·7
Zn/Ag	105·6
Zn/Pt	107·0
Zn/Fe	74·7
Fe/Cu	31·9
Fe/Pt	32·3
Fe/Au	39·7
Fe/Ag	29·8

258. Körper, die sich in die Spannungsreihe einreihen lassen (also Metalle), nennt man: Leiter erster Ordnung.

259. Körper, die sich in die Spannungsreihe nicht einreihen lassen, die Elektricität aber leiten (Flüssigkeiten), heissen: Leiter zweiter Ordnung; sie werden durch die Elektricität in ihre Bestandtheile zerlegt.

260. In einem völlig geschlossenen Kreise von Leitern erster und zweiter Ordnung ist die elektrische Differenz gleich Null. (Fig. 83 und 84.)

261. Bei der Anordnung in Fig. 84 wird nur die elektrische Differenz $Cu/H_2O/Zn$ wirken, *Au, Fe, Ag* haben auf die elektromotorische Wirkung keinen Einfluss.

262. Zur elektromotorischen Wirkung gehört also absolut chemische Action; die sauerstoffhaltige Flüssigkeit wird negativ, das angegriffene Metall positiv elektrisch, das zweite in den Batterien verwendete Metall spielt nur eine ableitende Rolle und nimmt am elektromotorischen Process nur insoweit Antheil, als es selbst vom Sauerstoffe angegriffen wird und dadurch elektrische Differenz erregt.

263. Erhält man durch irgend eine elektromotorische Kraft eine elektrische Differenz, so ist dieselbe durch Veränderung der Dimensionen bei gleichbleibender Natur der erregenden Körper (Elektromotoren) nicht mehr zu ändern.

Ist z. B. die elektrische Differenz = 10 u. z. $-0+10$, so wird man höchstens folgende Combinationen erreichen können:

— 1 + 9
— 2 + 8
— 3 + 7
— 4 + 6
— 5 + 5

264. Im vorbesprochenen Falle tritt die Differenz — 0 + 10 dann auf, wenn der eine (—) Elektromotor mit der Erde verbunden ist.

265. Die elektrischen Differenzen an den Elektromotoren sind ihrem Werthe nach im Uebrigen ungleich, und hängt

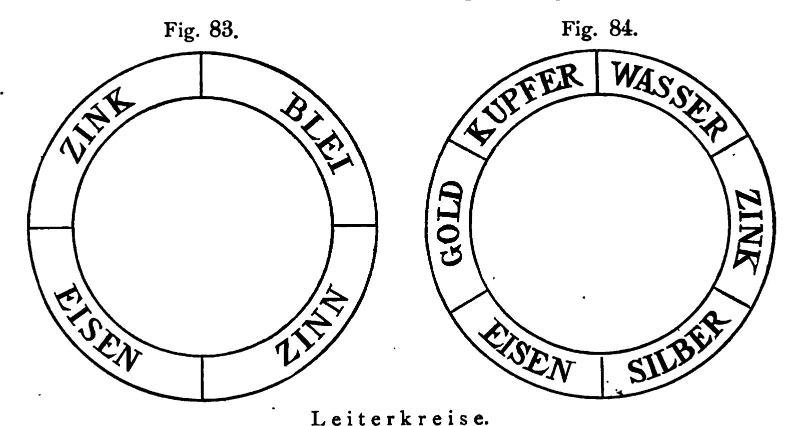


Fig. 83. Fig. 84.

Leiterkreise.

die Grösse der Differenzen von der Capacität der Elektromotoren ab.

266. Temperatur-Veränderungen erhöhen oder schwächen die elektromotorische Kraft.

267. Die durch eine bestimmte elektromotorische Kraft erzielte elektrische Differenz kann durch Zuführung freier Elektricität nicht geändert werden.

268. Die elektrische Differenz lässt sich vergrössern durch Aneinanderreihen elektromotorischer Paare, und ist die entstandene Differenz der Anzahl der erregenden Paare direct proportional.

269. Wenn elektromotorische Kräfte zwischen Flüssigkeiten auftreten, so können dieselben nur durch einen sich abspielenden Oxydationsprocess veranlasst werden.

270. Prof. Franz Exner behauptet, dass die im galvanischen Elemente durch die Oxydation verschwundene chemische Energie als »Elektricität« erscheint, da die Potentiale von Pt/Zn, Zn/H_2O, Cu/H_2O etc., mit dem Quadranten-Elektrometer gemessen, ein annähernd gleiches Resultat geben, wie deren nach Calorien berechnete elektromotorische Kräfte. Nun beobachtet man allerdings bei frischgefüllten Elementen, dass die elektromotorische Kraft Anfangs höher ist, als nach einiger Zeit der Inanspruchnahme. Es ist dies auf einen zweiten, im Elemente sich abspielenden Process, die »Polarisation«, zurückzuführen. Im Anfange verbindet sich der ausgeschiedene Wasserstoff mit dem freien Sauerstoff der Flüssigkeit. Ist dieser Sauerstoff aufgebraucht, so legt sich der Wasserstoff an die positive Ableitungs-Elektrode an, nimmt dabei wohl auch Zinktheilchen mit, so dass sich dann ein der primären chemischen Action entgegengesetzt gerichteter chemischer Process entspinnt, wodurch nur mehr die Differenzwirkung als elektrische Energie erscheinen kann.

Fig. 85.



Volta-Batterie.

271. Volta'sches Element.

$Zn/H_2SO_4/Cu$.

272. Die Volta'sche Batterie (Fig. 85) ist eine Aneinanderreihung von Elementen.

Die Volta'schen Elemente konnten für die Praxis keine Bedeutung erlangen; man musste andere Zusammenstellungen construiren.

273. Die Enden (des Elementes) der Batterie werden Pole genannt.

274. Sind die Pole nicht mit einander verbunden, so heissen sie: freie oder isolirte Pole.

275. Bis zum Jahre 1881 hatte man in der Praxis keine eigentliche Einheit zum Messen elektromotorischer Kräfte.

Man behalf sich mit directer Vergleichung; zumeist verwendete man dabei ein Normal-Daniell-Element.

276. Seitdem Pariser Congress gilt als praktische Einheit zum Messen elektromotorischer Kräfte das »Volt« = (0·9270?) 0·8930 Daniell = 10^8 *C. G. S. E.*

$$\text{Dimension: } [E_s] = [M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}]$$
$$[E_d] = [M^{1/2} L^{3/2} T^{-2}]$$

B. Der elektrische Strom.

277. Wenn man zwei gleich grosse, isolirte, positiv oder negativ geladene Kugeln einander nähert, wird keine elektrische Influenz auftreten, wenn man sie mit einander in Berührung bringt, wird der statische Zustand der Elektricität nicht geändert.

278. Bringt man jedoch zwei derartige, aber ungleich grosse, oder auch zwei mit ungleichnamigen Elektricitäten geladene Kugeln in mittelbare oder unmittelbare Berührung, so wird eine Aenderung des statischen Zustandes der Elektricität stattfinden, es wird ein Ausgleich der Elektricitäten eintreten, bis beide Körper auf ein gleiches elektrisches Potential gebracht, oder ganz unelektrisch sind.

279. Jener Ausgleich, der sich so vollzieht, dass + Elektricität nach dem einen Körper strömt, bis beide dasselbe elektrische Potential zeigen, oder dass + Elektricität nach dem — elektrisch geladenen Körper und — Elektricität nach dem + elektrisch geladenen Körper strömt, wird elektrischer Strom genannt.

280. Da bei der galvanischen Elektricität sofort nach dem vollzogenen Ausgleich durch die fortdauernd elektromotorische Kraft neue elektrische Spannung erregt wird, erhält man, wie überall bei fortdauernder elektromotorischer Wirkung, einen continuirlichen elektrischen Strom. Daher natürlich auch, wenn man die Conductoren der Elektrisirmaschine verbindet und den elektromotorischen Körper andauernd dreht.

281. Intensität oder Stärke des elektrischen Stromes ist die Elektricitätsmenge, die in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Mittels geht,

das zwei Punkte verschiedenen elektrischen Potentials verbindet.

282. Die Strom-Intensität ist an allen Stellen eines unverzweigten Leiters, ohne Rücksicht auf Verschiedenheit im Querschnitte, dieselbe.

283. Die Intensität des elektrischen Stromes ist der Potential-Differenz zwischen zwei gegebenen Punkten direct proportional.

284. Unter Richtung des elektrischen Stromes versteht man conventionell das Strömen der + Elektricität vom + Elektromotor durch das feuchte Mittel zum — Elektromotor und von da ausserhalb der Flüssigkeit zum + Elektromotor zurück. Darum bezeichnet man auch im galvanischen (Volta'schen) Element das Zink — die Flüssigkeit + elektrisch, weil von letzterem ausserhalb der Flüssigkeit die + Elektricität zum Zink, und von diesem die — Elektricität zur Flüssigkeit strömt.

285. Zum Zustandekommen eines galvanischen Stromes ist eine leitende Verbindung der beiden Pole unerlässlich.

286. Dimension der Stromstärke:

$$[I_s] = [M^{1/2} L^{3/2} T^{-2}]$$
$$[I_d] = [M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}].$$

287. Einheit der Stromstärke $= 10^{-1}$ C. G. S. (Die praktische Einheit »Ampère« siehe S. 93.)*)

288. Die Geschwindigkeit des elektrischen Stromes soll nach Wheatstone 62.500 geographische Meilen per Secunde betragen. Man stelle sich aber richtig die elektrische Fernwirkung (wie schon erwähnt) nach der Fortpflanzung des hydraulischen Druckes, oder des Stosses auf lose aneinandergereihte Billardkugeln vor.

C. Der Leitungswiderstand.

289. Der elektrische Strom, welcher einen Leiter durchströmt, wird geschwächt durch den Widerstand, den der Leiter der Aufnahme und Fortpflanzung der Elektricität entgegenstellt.

*) Nach Jacobi nahm man als Einheit der Stromstärke auch jenen Strom, der in 1 Minute 1 cm³ Knallgas von der Temperatur 0° C. und bei 760 mm Quecksilberdruck liefert.

290. Der Leitungswiderstand *(W)* hängt ab:

1. von der Natur des Leiters;
2. von der Länge *(l)* (und steht diese zu *W* im direct-proportionalen Verhältnisse);
3. vom Querschnitte *(q)* (und steht dieser zu *W* im umgekehrt-proportionalen Verhältnisse);
4. von der Temperatur; (bei Metallen wächst *W*, bei Flüssigkeiten fällt *W* mit der Temperatur);
5. vom Aggregatzustande; (Wasser hat weniger Widerstand als Eis) $W = \frac{l}{q}$ (Tabelle VI).

291. Wie jeder Körper eine specifische Leitungsfähigkeit *(F)* hat, so kann man auch wegen des reciproken Verhältnisses sagen, er habe einen specifischen Leitungswiderstand *(W)*

$$W = \frac{1}{F}.$$

292. Diese specifischen Werthe werden nur von der Temperatur beeinflusst.

293. Die alten Maasse für den Widerstand:

a) 1 *W* = dem Widerstande eines Kupferdrahtes, der 1 m lang, 1 mm^2 Querschnitt (Jacobi);

b) 1 *W* = dem Widerstande einer Quecksilbersäule (nach Siemens), die 1 m lang, 1 mm^2 Querschnitt bei 0^0 Celsius und

c) 1 *W* = dem Widerstande eines weichen Silberdrahtes, der 1 m lang, 1 mm Durchmesser $\triangleq$ 0·7854 mm^2 Querschnitt.

294. Verhältniss:

$$a : b : c = 0{\cdot}795 : 44.182 : 1.$$

295. Die Angabe des Widerstandes eines Stromleiters in Längen der als Einheit geltenden Widerstandsgrösse wird reducirte Länge (λ) genannt.

296. z. B. $$\lambda = \frac{l}{F\,Q}$$

d. h. ein Leiter von der Länge l, der specifischen Leitungsfähigkeit F und dem Querschnitte Q bietet denselben Widerstand wie λ Längeneinheiten eines Normaldrahtes (Kupfer, Quecksilber, Silber).

297. Metalle bieten der Elektricität und der Wärme den gleichen Leitungswiderstand.

298. Bei reinen Metallen ist die Zunahme des Widerstandes durch Erwärmung ungefähr einfach proportional der Temperatur-Erhöhung, u. zw. $\frac{1}{273} = 0{\cdot}00366$ für 1^0 C.

299. Legirungen zeigen in dieser Beziehung variables Verhalten. Verunreinigungen erhöhen meistens den Widerstand. Sehr nachtheilig wirken bezüglich der Leitungsfähigkeit Oxyde und Superoxyde.

300. Härte, Dichte und Spannung ändern die Leitungsfähigkeit.

301. Harte Drähte haben mehr Widerstand als weiche, ausgeglühte.

302. Leitende Flüssigkeiten haben bei verschiedenen Dichten verschiedene Widerstände.

303. Verschiedene Combinationen von Widerständen:

a) hintereinander (Fig. 86)

b) nebeneinander (Fig. 87)

304. Im Falle *a* ist

$$W = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$$

$$\frac{1}{W} = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}$$

im Falle *b*

$$\frac{1}{W} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3}$$

und daher

$$W = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_3}$$

305. Bezeichnet S im Falle *b* die Gesammt-Stromstärke, s_1, s_2, s_3 die bezüglichen Stromstärken in den verzweigten Leitungstheilen, so verhält sich

$$s_1 : s_2 : s_3 = \lambda_2 \lambda_3 : \lambda_1 \lambda_3 : \lambda_1 \lambda_2$$

d. h.: die Stromstärke in einem Theile eines verzweigten (Fig. 87) Leiters = dem Producte der reducirten Längen der übrigen Leitertheile des verzweigten Systems. (Kirchhoff II. Satz.)

306. An jeder Kreuzungsstelle (Fig. 88) ist die Summe der Ströme, welche auf den Punkt zufliessen, gleich der Summe der Ströme, welche von dem Punkte wegfliessen (Kirchhoff I. Satz):

$$a_{,} + a_{,,} + a_{,,,} = b_{,} + b_{,,} + b_{,,,} + b_{,,,,}$$

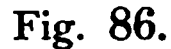


Fig. 86.

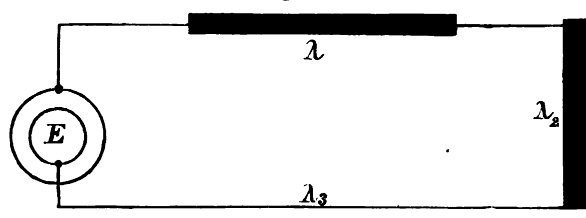


Fig. 87.

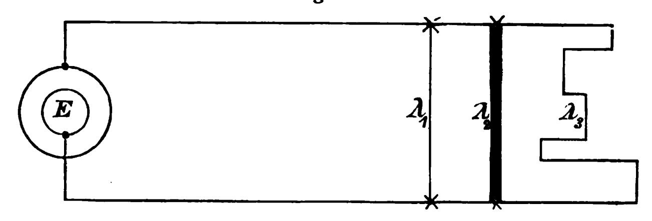
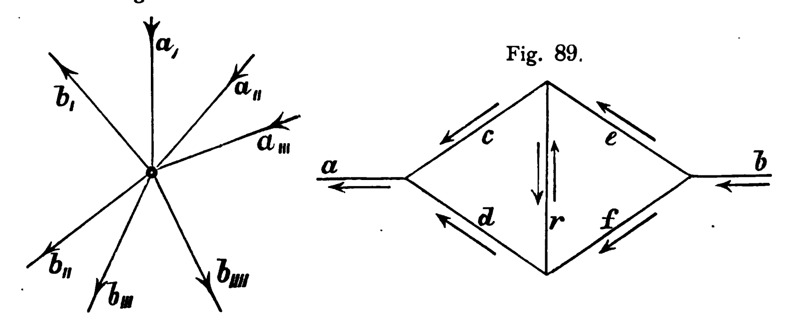


Fig. 88.

Fig. 89.



307. Praktisches Beispiel zu den Kirchhoff'schen Sätzen: die Wheatstone'sche Brücke. (Fig. 89.)

	in a u. b	c	d	e	f	r
Wenn der Strom	J	$i_{,}$	$i_{,,}$	$i_{,,,}$	$i_{,,,,}$	i
» » Widerstand	W	$w_{,}$	$w_{,,}$	$w_{,,,}$	$w_{,,,,}$	w

so erhalten wir ad I, wenn E = der verwendeten elektromotorischen Kraft:

Weg:	Gleichung:
$(a\ b\ e\ c\ a)$	$J W + i_3 w_3 + i_1 w_1 = E$
$(a\ b\ f\ d\ a)$	$J W + i_4 w_4 + i_2 w_2 = E$
$(a\ b\ e\ r\ d\ a)$	$J W + i_3 w_3 + i w + i_2 w_2 = E$
$(a\ b\ f\ r\ c\ a)$	$J W + i_4 w_4 + i w + i_1 w_1 = E$

und ad II:

Kreuzungspunkt:	Gleichung:
$(a\ c\ d)$	$i_1 + i_2 = J$
$(b\ e\ f)$	$i_3 + i_4 = J$
$(c\ e\ r)$	$i_3 + i = i_1$
$(d\ r\ f)$	$i_2 + i = i_4$

und daher:

$$i w + i_1 w_1 - w_2 w_2 = 0 \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

$$i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0 \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

308. Messen des Widerstandes nach neuerem Maasse:

Dimension: $[W_s] = [L^{-1} T]$

$[W_d] = [L T^{-1}]$

Praktische Einheit:

das »Ohm« $= 10^9$ C. G. S. E.

$= 1{\cdot}0486$ S. E.

Ein Ohm wird dargestellt durch eine Quecksilbersäule von 1 mm² Querschnitt bei einer Temperatur von 0° C.; Länge noch nicht ermittelt.

1 Ohm kann man aus Kupferdraht bei nachstehenden Dimensionen darstellen:

Durchmesser:	5 mm	1 mm	0·1 mm
Länge:	1224 m	51 m	0·51 m

309. Widerstandskästen (Rheostate) dienen als Vergleichs-Apparate beim Messen. (Fig. 90, 91 und 92.)

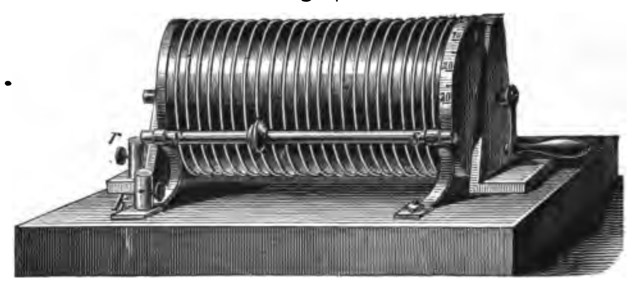
310. Die Widerstandsdrähte müssen für starke Ströme so gewählt werden, dass die Wärmeentwickelung dieselben nicht beschädigen kann. (Widerstandsgitter, Widerstandsplatten.)

D. Das Ohm'sche Gesetz.

311. Das Ohm'sche Gesetz:

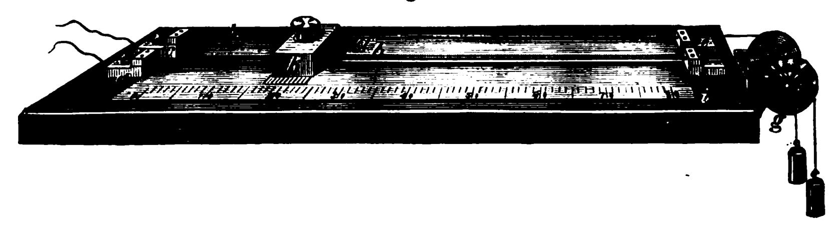
In einem geschlossenen Stromkreise ist die Stromstärke gleich der Summe der wirkenden elektromotori-

Fig. 90.



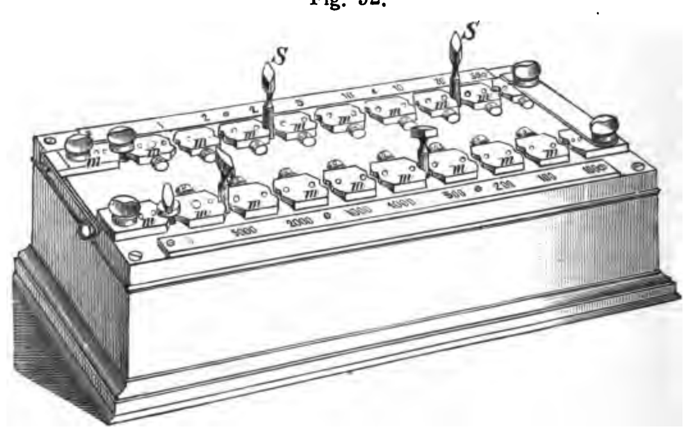
Rheostat.

Fig. 91.



Rheochord.

Fig. 92.



Widerstandskasten von Siemens.

schen Kräfte und steht mit denselben in direct proportionalem Verhältnisse; die Stromstärke ist aber umgekehrt proportional der Summe der Widerstände, die sie bei ihrer Erregung in der Stromquelle und im äusseren Leiter zu überwinden hat.

$$J = \frac{\Sigma E}{\Sigma W} = \frac{E_1 + E_2 + E_3 \dots\dots\dots E_n}{\frac{l_1 r_1}{q_1} + \frac{l_2 r_2}{q_2} + \frac{l_3 r_3}{q_3} \dots\dots \frac{l_n r_n}{q_n}}$$

wobei r den specifischen Leitungswiderstand, l die Länge und q den Querschnitt des Leiters bezeichnet.

312. Bedeutet ferner:

W den äusseren,

w den inneren (Batterie-) Widerstand,

n die Anzahl der hintereinander } geschalteten gleich starken

m » » » nebeneinander } Stromquellen,

so ist:

$$J = \frac{E}{w + W} \quad \dots\dots\dots \quad 1)$$

$$J = \frac{nE}{\frac{nw}{m} + W} = \frac{\alpha E}{1 + \frac{\alpha w}{m}} \quad \dots\dots \quad 2)$$

$$n = \frac{J}{E - \frac{Jw}{m}} \,.\, W = \alpha \,.\, W \quad \dots\dots \quad 3)$$

$$m = \frac{2\,Jw}{E} \quad \dots\dots\dots\dots \quad 4)$$

$$w = \frac{m\,(nE - JW)}{nJ} \quad \dots\dots\dots \quad 5)$$

$$W = \frac{nE}{J} - \frac{nw}{m} = \frac{E}{J} \quad \dots\dots\dots \quad 6)$$

$$E = \frac{(nw + mW)\,J}{nm} = J \,.\, W. \quad \dots\dots \quad 7)$$

313. Die Folgesätze aus dem Ohm'schen Gesetze:

$$J = \frac{E}{w + W}$$

$$J = \frac{nE}{nw + W}$$

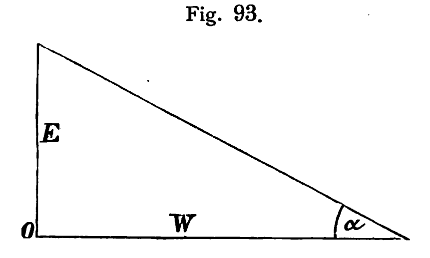
kann man W, weil sehr gering, vernachlässigen, so ist:

$$J = \frac{nE}{nw} = \frac{E}{w} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 8)$$

d. h. wenn der äussere Widerstand klein ist im Verhältnisse zum inneren Widerstande der Batterie, so bewirkt die Vermehrung der hintereinander geschalteten Stromquellen keine Erhöhung der Stromstärke.

314. Ist dagegen W sehr gross im Vergleiche zum Batteriewiderstande, dann wird die Vermehrung der hintereinander geschalteten Stromquellen die Stromstärke vergrössern.

Fig. 93.



$$J = \frac{nE}{nw + W} = \frac{nE}{W} \quad 9)$$

(Intensität des elektrischen Stromes.)

315. Bei kleinem äusseren Widerstande wird eine Vergrösserung der Stromstärke nur durch Verringerung des Batteriewiderstandes (also durch Vergrösserung der Erregerflächen oder durch ein näheres Zusammenrücken derselben) erzielt.

$$J = \frac{nE}{\frac{nw}{m} + W} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 10)$$

(Quantität des elektrischen Stromes.)

316. Das Maximum der Stromstärke wird erzielt, wenn der äussere dem inneren Widerstande nahe zu gleich ist.

317. Die Stromstärke aus n Elektricitätsquellen ist gleich der elektromotorischen Kraft einer Elektricitätsquelle, dividirt durch den doppelten inneren Widerstand:

$$J = \frac{e}{2nw} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 11)$$

318. Graphisch wird das Ohm'sche Gesetz dargestellt, indem man die Spannung als Ordinate, den Widerstand als Abscisse darstellt (Fig. 93):

$$J = tg\,\alpha.$$

319. Nach dem Ohm'schen Gesetze wurde früher die Stromstärke bestimmt:

$$\frac{1 \text{ Daniell}}{1 \text{ Siemens}} = 1 \text{ Weber};$$

jetzt:

$$\frac{1 \text{ Volt}}{1 \text{ Ohm}} = 1 \text{ Ampère}.$$

320. $1 \text{ Ampère} = 0{\cdot}885\ \frac{\text{Daniell}}{\text{Siemens}}$

$$= 10^{-1}\ gr^{1/2}\ cm^{1/2}\ sec^{-1}$$

1	Ampère zerlegt	in	einer	Stunde	0·3390	$gr\ H_2O$
1	» fällt	»	»	»	1·1760	$gr\ Cu$
1	» »	»	»	»	3·9600	$gr\ Ag$.

VI.

Die Wirkungen des elektrischen Stromes.

Eintheilung:

A. Wirkungen in die Ferne.

B. Wirkungen auf die durchströmten Leiter.

ad *A*: 1. Ablenkung der Magnetnadel.
2. Erregung von Magnetismus.
3. Elektrodynamische Wirkungen.
4. Erregung secundärer elektrischer Ströme (Induction).

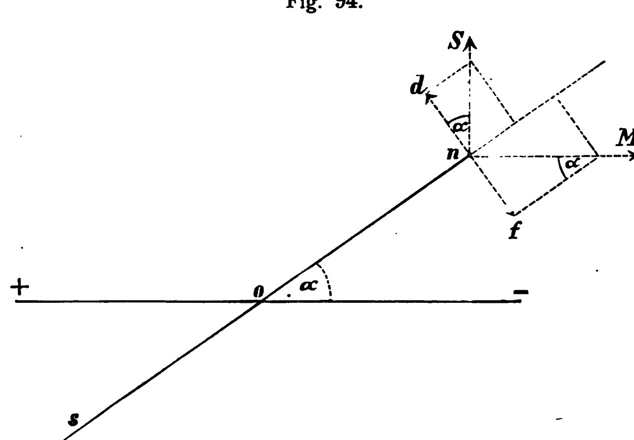
ad *B*: 5. Mechanische Wirkungen (Disaggregation).
6. Chemische (elektrolytische) Wirkungen.
7. Physiologische Wirkungen.
8. Wärme-Erzeugung (Licht).

I. Ablenkung von Magnetnadeln.

321. Wenn man einen elektrischen Strom in der Nähe einer freibeweglichen Magnetnadel circuliren lässt, wird diese aus ihrer Normallage, von Süd nach Nord, abgelenkt.

322. Jedes Stromelement wird durch die Wirkung des Magnetpoles senkrecht auf die durch das Element und die Verbindungslinie gelegte Ebene abgestossen. Da aber der Stromkreis zumeist fix, die Magnetnadel aber beweglich ist, wird letztere aus ihrer Ruhelage gebracht.

Fig. 94.



323. Multiplicirt man die Anzahl der Stromelemente dadurch, dass der Stromleiter in mehreren oder vielen Windungen isolirten Drahtes (einem Multiplicator) um die Nadel geführt wird, so ist der Ablenkungswinkel der Anzahl der Stromelemente direct proportional.

324. Die Grösse des Ablenkungswinkels hängt ab:

a) von der Stärke der magnetischen Kraft der Nadel,

b) vom Reibungswiderstande, den sie bei der Drehung überwinden muss,

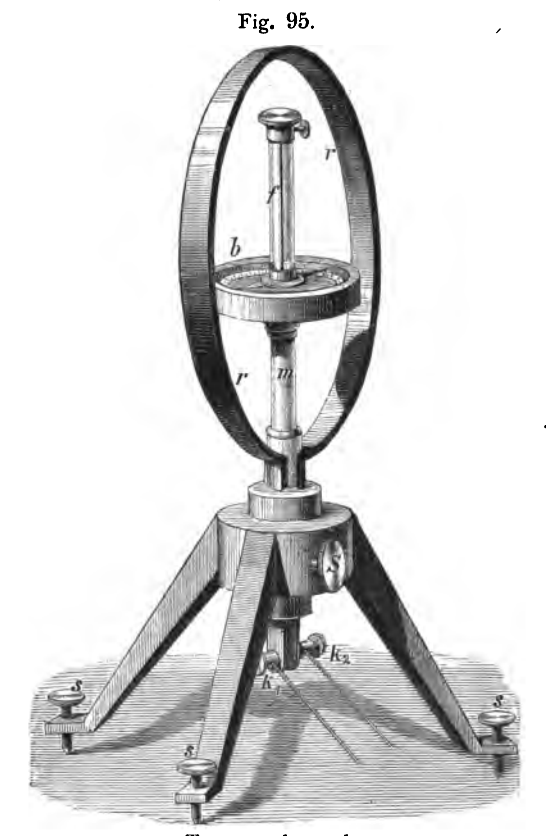
c) von der örtlichen erdmagnetischen Richtkraft,

d) von der Anzahl der Stromelemente,

e) von der Stromstärke.

325. Da *a—d* für ein und dasselbe Instrument an ein und demselben Orte als nahezu constante Grössen angesehen werden können, so dient die Nadelablenkung zur Beurtheilung und Vergleichung der Intensität elektrischer Ströme.

Fig. 95.



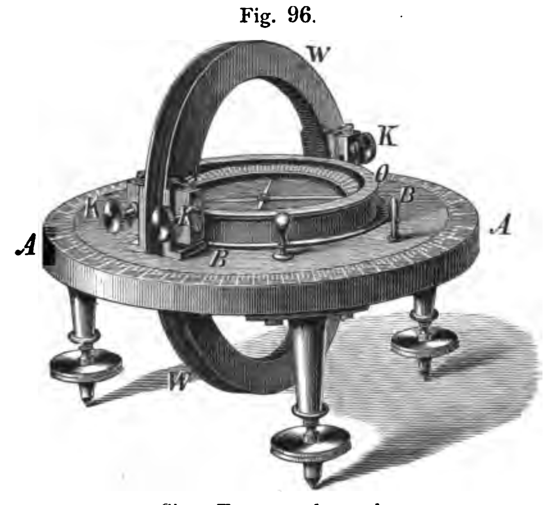
Tangentenboussole.

326. Zur Bestimmung der Richtung der Ablenkung hat Ampère ein Gesetz aufgestellt:

Denkt man sich im elektrischen Strome von *A* nach *B* schwimmend, u. zw. mit dem positiven Strome, und sieht man dabei längs der magnetischen Achse der Nadel, so wird der Nordpol nach *links* abgelenkt.

327. Tangentenboussole: (Fig. 94 und 95.)

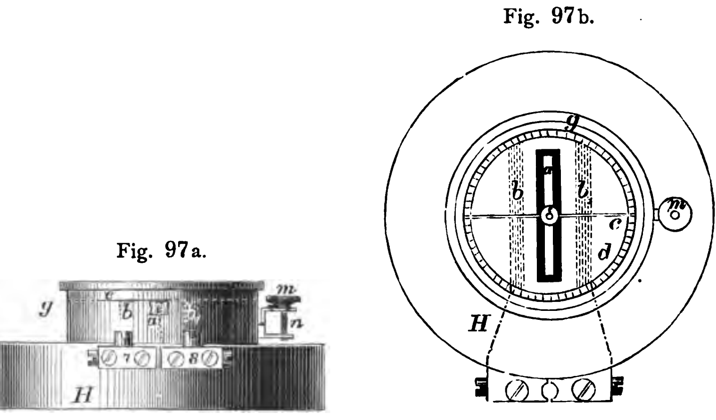
Fig. 96.



Sinus-Tangentenboussole.

Fig. 97 b.

Fig. 97 a.



Horizontale Boussole.

Es bedeute: S die Stromstärke,
M die erdmagnetische Richtkraft,
α den Ablenkungswinkel.
dn und $fn \perp sn$,

$$dn = fn$$
$$\sphericalangle\ dn\, S = n\, Mf = \alpha$$
$$dn = Sn\ .\ \cos\alpha = S\,.\cos\alpha$$
$$nf = Mn\ .\ \sin\alpha = M\,.\sin\alpha$$
$$S\,.\cos\alpha = M\,.\sin\alpha$$
$$S = M\ \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$
$$S = M\ .\ \mathrm{tang}\ \alpha$$
$$S_1 = M\ .\ \mathrm{tang}\ \alpha_1$$
$$S : S_1 = \mathrm{tang}\ \alpha : \mathrm{tang}\ \alpha_1, \text{ d. h.}$$

328. die Stromstärken verhalten sich wie die Tangenten der Ablenkungswinkel.

329. Sinusboussole. Dreht man der abgelenkten Nadel den Leitungskreis so lange nach, bis die magnetische Achse der Nadel in die Ebene der Multiplicationswindung fällt, so gilt die Gleichung:

$$S : S_1 = \sin\alpha : \sin\alpha_1 .$$

330. Sinus-Tangentenboussole (Fig. 96).

331. Gewöhnliche Declinationsboussole (Fig. 97 *a* und *b*).

332. Gewöhnliche Verticalboussole (Fig. 98).

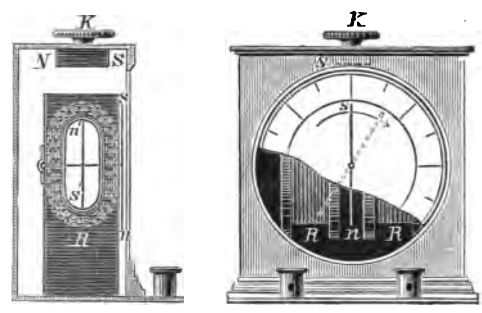
333. Die Differentialboussole hat zwei entgegengesetzt gewickelte, bezüglich Länge, Windungszahl und Widerstand vollkommen gleiche Multiplicationsgewinde. Steht die Nadel auf Null, so circuliren in beiden Windungen gleich starke elektrische Ströme, deren magnetische Fernwirkungen einander das Gleichgewicht halten.

334. Boussole mit astatischer Nadel (Fig. 99). Die Nadeln stellen sich rechtwinkelig zum magnetischen Meridian. Beide Nadeln müssen, bis zum Sättigungspunkte magnetisirt, gleich kräftig sein und vollkommen parallel liegen, denn nur dann ist die erdmagnetische Richtkraft vollkommen parallelisirt, es ist, wie man sagt, vollkommene »Astasie« erreicht.

335. Boussole mit Spiegelablesung. Um schwache Ablenkungen nachweisen, und um die Ablenkung projiciren zu können, verwendet man häufig kleine, sehr leichte Spiegelchen, die mit der Nadel derart verbunden sind, dass sie einen darauffallenden Lichtstrahl auf eine Scala reflectiren.

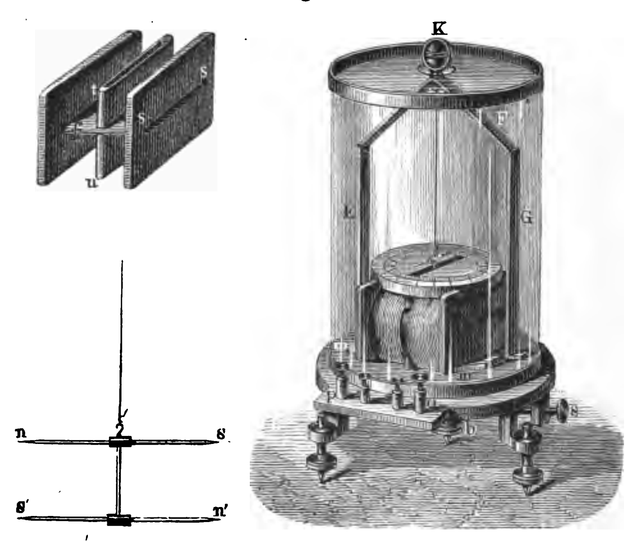
336. Der reflectirte Lichtstrahl macht eine doppelt so grosse Winkelbewegung als der reflectirende Spiegel.

Fig. 98.



Verticalboussole.

Fig. 99.

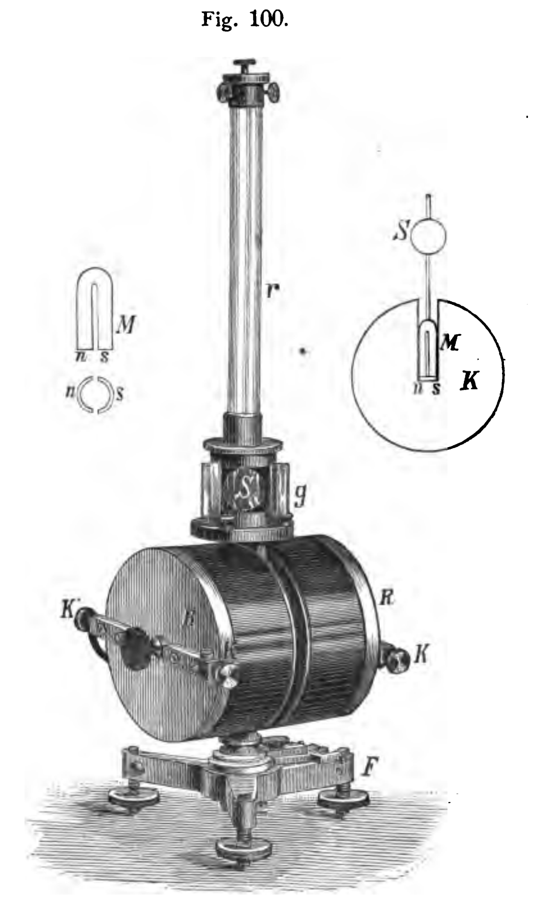


Boussole mit astatischer Nadel.

337. Spiegelablesungen werden bei feinerer Messung mit dem Fernrohre (mit Fadenkreuz) ausgeführt.

338. Das aperiodische Spiegelgalvanometer mit Glockenmagnet (Fig. 100). Den Glockenmagnet umgibt eine

Fig. 100.



Aperiodisches Spiegelgalvanometer.

volle Kupferkugel, welche die Schwingungen des Magnetes dämpft, sie aperiodisch macht, denn:

339. Bewegt sich ein Magnetpol in der Nähe eines Leiters, so inducirt er durch diese Bewegung in demselben

elektrische Ströme von solcher Richtung, dass sie der Bewegung des Magnetes entgegenwirken.

340. Stärkere elektrische Ströme beeinflussen den Magnetismus der Nadel, verkehren eventuell die Pole.

341. Zu starke elektrische Ströme erwärmen, ja verbrennen eventuell den Multiplicationsdraht.

342. Bei Tangentenboussolen sei die Nadel bezüglich der Länge $^1/_{12}$ des Durchmessers der mittleren Multiplicationswindung. Die Angaben dieses Instrumentes sind bei kleineren Winkeln (10^0—50^0) genauer als bei grossen Anschlagwinkeln, wegen des unregelmässigen Wachsens der Tangenten von 45^0—90^0 (1—∞); am genauesten bei 45^0.

343. Die Sinusboussole dagegen gibt bei grossen Ausschlagwinkeln genauere Resultate.

344. Der Widerstand der Tangentenboussole kann in den Rechnungen zumeist vernachlässigt werden; dort aber, wo durch die Multiplication in der Boussole ein grösserer Widerstand erwächst, muss man denselben bei Berechnungen auch berücksichtigen.

345. Bei der Aufstellung der Boussolen achte man darauf, dieselben nicht in die Nähe polarmagnetischer Körper zu bringen.

346. Rohe Seide eignet sich zur Isolirung der Multiplicationsdrähte besser als die gefärbte Seide, da insbesondere die grüne Farbe häufig Eisenbeimengungen hat, welche den Effect der Nadelstellung und Ablenkung beeinflussen.

347. Durch Umkehrung der Stromrichtung wird auch eine Umkehrung der Nadelablenkung bewirkt. Bei genaueren Messungen ist es daher angezeigt, immer den Ablenkungswinkel nach rechts und nach links zu messen und daraus den Mittelwerth zu ziehen.

348. Allzu empfindliche Nadeln können dann, wenn diese Empfindlichkeit nicht gewünscht wird, durch Einwirkung in der Nähe situirter permanenter Magnete unempfindlicher gemacht werden.

349. Boussolen für sehr starke und sehr schwache Ströme sind auf Seite 139 Punkt 544 und 545 beschrieben.

II. Elektromagnetismus.

350. Man nennt zwar jede Wechselwirkung zwischen Elektricität und Magnetismus: Elektromagnetismus, insbesondere versteht man aber unter diesem Ausdrucke die Erregung von Magnetismus in Eisen und Stahl durch die Einwirkung elektrischer Ströme.

351. Um diese Einwirkung zu erhöhen, führt man den Leiter in spiralförmigen Windungen, die von einander gut isolirt sein müssen, um den zu magnetisirenden Eisen- oder Stahlkörper, und man nennt derartige Spiralen: Multiplicatoren oder Multiplicationen.

352. Ein weicher Eisenkern, der durch eine solche Multiplication magnetisch gemacht wird, heisst: »Elektromagnet«, und unterliegt derselbe während der Dauer seiner magnetischen Kraft allen jenen Gesetzen, die schon beim Magnetismus angeführt wurden. Zu einem completen Elektromagneten gehört der Anker, der durch eine Abreissfeder von den Polen entfernt gehalten wird, wenn in der Multiplication kein elektrischer Strom circulirt.

353. Im weichen, möglichst kohlenfreien Eisen erlischt die elektromagnetische Kraft sofort nach dem Aufhören der elektrischen Einwirkung.

354. Stahl behält in Folge der grösseren Coërcitivkraft die magnetische Kraft und kann durch länger dauernde Einwirkung der Elektricität zu permanentem Magnetismus ge langen.

355. Magnetisirende Kraft oder magnetischen Effect nennt man das Product aus der Intensität des elektrischen Stromes in die Anzahl der Windungen der Multiplicationsspirale.

356. Der totale temporäre Magnetismus oder das temporäre magnetische Moment eines Elektromagnetes ist der Intensität des magnetisirenden Stromes direct proportional, von der Dicke des Drahtes aber und von der Weite der Multiplicationswindungen unabhängig, besonders wenn der Durchmesser der Spirale gegen ihre Länge klein ist.

357. Der totale temporäre Magnetismus weicher runder Eisenstäbe ist bei gleicher Länge der Stäbe der Quadrat-

wurzel der Durchmesser dieser Stäbe annnähernd proportional.

358. Das temporäre magnetische Moment ist dem Product aus dem Quadrat in die Quadratwurzel der Länge eines Stabes proportional.

359. Der Magnetismus in massiven und hohlen Eisenkernen von gleichem Durchmesser ist gleich stark, wenn in letzterem genug Eisenmasse zur Entwickelung des Magnetismus vorhanden ist.

360. Der Magnetismus erreicht in dünneren und kürzeren Schenkeln schneller ein Maximum.

361. Der Abstand der beiden Pole bei Hufeisenmagneten soll mindestens 27 mm sein; er ist übrigens ohne Einfluss auf die Stärke der magnetischen Wirkung.

362. Die Anziehung zwischen Anker und Elektromagnet oder zwischen zwei Elektromagneten ist dem Quadrate der Intensität der Ströme proportional, wenn sie gleiche Intensität haben und das Maximum des magnetischen Momentes noch nicht erreicht ist.

363. Die Anziehung eines Ankers nähert sich dem Maximum, je stärker die Strom-Intensität und je dünner der Anker ist.

364. Die Anziehung dünner Anker ist in grosser Nähe grösser, als die dicker Anker; bei wachsender Entfernung aber nimmt die Anziehung dünnerer Anker schneller ab, wie die dickerer Anker.

365. Die Anziehung wächst mit der Masse des Ankers, und ist ein Maximum, wenn die Berührungsfläche des Ankers und Magnetes eben und gleich gross sind, vorausgesetzt, dass der Anker nicht bedeutend länger als die äussere Entfernung der beiden Magnetpole ist.

366. Damit das magnetische Moment ein Maximum werde, soll der Widerstand der Multiplication sich verhalten wie der Durchmesser des nackten Metalldrahtes zum Durchmesser des umsponnenen Drahtes.

367. Die Relation zwischen magnetischem Moment *(M)* und magnetischer Kraft *(P)* der Spirale wurde von J. Müller in folgender empirischer Formel ausgedrückt:

$$P = 229\, d\, ^3/_2 \operatorname{tang} \frac{M}{8139\, d^2}$$

wenn d der in Millimetern ausgedrückte Durchmesser des Eisenkernes, wenn M nach absolutem Maasse berechnet, und P gleich ist dem Producte aus der nach chemischem Maasse gemessenen Stromstärke, in die Windungszahl der Spirale.

368. Bezüglich der Polarität der Eisenkerne gilt der Satz, dass dort ein Südpol wird, wo (Fig. 101) der elektrische Strom in jener Richtung um den Eisenkern circulirt, in welcher sich der Zeiger einer Uhr bewegt.

369. Es gibt stabförmige, hufeisenförmige und sogenannte hinkende (Glocken-) Elektromagnete. Bei letzteren ist nur der

Fig. 101.

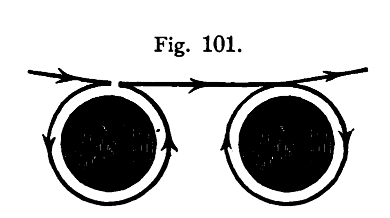


Fig. 102.



Glocken-Elektromagnet.

eine Schenkel des hufeisenförmigen Eisenkernes mit einer Multiplication umgeben. (Fig. 102.)

370. Die Anker werden in prismatischer, zumeist aber in cylindrischer Form construirt, sie werden nach obigen Gesetzen entweder hohl oder voll verwendet.

371. Die Eisenkerne der Elektromagnete nimmt man voll, wenn auf eine continuirliche, lang andauernde magnetische Kraftäusserung reflectirt wird.

372. Man verwendet aber viele von einander isolirte Eisenstäbe (Bündel), wenn man momentane stossweise magnetische Kraftäusserung benöthigt, oder rasch aufeinander folgende Polaritätsänderungen beabsichtigt.

373. Ein prismatischer Stab entwickelt denselben Elektromagnetismus, wie ein cylindrischer von gleicher Länge und demselben Querschnitte. (Waltenhofen.)

374. Ein weites Rohr aus dünnem Blech wird unter der Einwirkung schwacher Ströme eher und stärker magnetisch, als ein massiver Kern von gleichem Gewichte und gleicher Länge. (Waltenhofen.)

375. Die Fasern sollen in Eisenkernen und deren Ankern longitudinal verlaufen.

376. Die Masse des Ankers soll der Masse der Kerne annähernd gleich sein.

377. Kanten, Ecken und Spitzen sollen bei der Construction der Magnete möglichst vermieden werden, um das Auftreten von Nebenpolen zu vermeiden.

378. Häufig werden, insbesondere bei Telegraphen- und Signalapparaten, polarisirte Elektromagnete verwendet. Die Eisenkerne werden auf permanente Magnete gesetzt und ersteren daher selbst dauernder Magnetismus ertheilt. Die magnetisirende Kraft der Multiplicationen hat dann die Aufgabe, Intensitäts-Aenderung der magnetischen Kraft zu provociren, und diese werden dann theils abstossend, theils verstärkt anziehend wirken.

379. Die magnetischen Momente ähnlicher und ähnlich bewickelter Kerne sind bei gleicher Stromstärke den dritten Potenzen ihrer respectiven homologen Dimensionen proportional. (Thomson.)

380. Bei gleicher Länge und ähnlicher Bewickelung der Kerne ist die Stromstärke, bei welcher der Sättigungszustand eintritt, der $^3/_2$ Potenz der Durchmesser proportional. (Dub.)

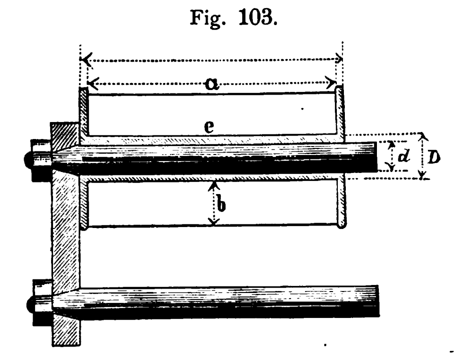
381. Bei gleichem Durchmesser und derselben auf der ganzen Länge der Kerne proportional verbreiteten Windungszahl der Spirale ist die Stromstärke, bei welcher Sättigung eintritt, der Quadratwurzel aus den Kernlängen umgekehrt proportional. (Dub.)

382. Bei gleichem Durchmesser und einer der Länge des Kernes proportionalen Windungszahl und Länge der Spirale ist die Stromstärke, bei welcher die Sättigung auftritt, der $^3/_2$ Potenz der Längen umgekehrt proportional. (Dub.)

383. Fig. 103 zeigt einen Elektromagnet im Längsschnitt. Bezeichnet nun d den Durchmesser des Eisenkernes, δ die

Dicke des Kupferdrahtes, $\triangle$ die Dicke des besponnenen Drahtes und $\frac{\triangle}{\delta} = \gamma$; ferner μ die Anzahl der Drähte nebeneinander, $m = \frac{a}{\triangle}$ die Anzahl der Windungen einer Hülse nebeneinander, $n = \frac{b}{\triangle}$ die Anzahl der Windungen einer Hülse übereinander, $N = n\,m$ die ganze Anzahl der Windungen einer Hülse, w den reducirten Widerstand eines Elektromagnetes in Rheostat-Einheiten (à 50 S. E.), S die gesammte Stromstärke, $\frac{S}{\mu}$ die in jeder Windung herrschende Stromstärke,

Fig. 103.



$p = \frac{SN}{\mu}$ den magnetischen Effect der Multiplication einer Hülse, endlich M das temporäre magnetische Moment, so erhält man allgemein für einen Elektromagnet:

$$N = m \,.\, n = \frac{a\,b.}{\triangle^2}$$

$$p = \frac{S}{\mu} N = \frac{\frac{S}{u}\,a\,b}{\triangle^2}$$

und da für einen Elektromagneten, dessen Spirale aus einem einfachen Drahte besteht,

$$\delta^2 \triangle^2 = \frac{\pi\,a\,b\,(b + D)}{1{\cdot}766000\,w}$$

erhält man annähernd:

$$M = p\sqrt{a^5 d} = \frac{SN}{\mu}\sqrt{a^5 d} = \frac{Sb\sqrt{a^7 d}}{\mu \triangle^2}$$
$$= \sqrt{\frac{1766000\, S^2\, b\, w\, a^6 d}{\pi\,(b+D)\,\gamma_,^2}}$$

384. Versieht man alle obigen Bezeichnungen mit dem Index 1, so gelten dieselben für den zu vergleichenden zweiten Elektromagneten und dienen nun zur Vergleichung folgende Formeln:

$$\left(\frac{M_1}{M}\right)^2 = \left(\frac{p_1}{p}\right)^2 \left(\frac{a_1}{a}\right)^5 \frac{d_1}{d}$$
$$= \left(\frac{S_1}{S}\right)^2 \left(\frac{\mu}{\mu_1}\right)^2 \left(\frac{N_1}{N}\right)^2 \left(\frac{a_1}{a}\right)^5 \frac{d_1}{d}$$
$$= \left(\frac{S_1}{S}\right)^2 \left(\frac{\mu}{\mu_1}\right)^2 \left(\frac{b_1}{b}\right)^2 \left(\frac{\triangle}{\triangle_1}\right)^4 \left(\frac{a_1}{a}\right)^7 \frac{d_1}{d}$$
$$= \left(\frac{S_1}{S}\right)^2 \frac{b_1}{b} \cdot \left(\frac{b+D}{b_1+D_1}\right) \left(\frac{\gamma}{\gamma_1}\right)^2 \frac{w_1}{w} \left(\frac{a_1}{a}\right)^6 \frac{d_1}{d}$$

Es wurde hierbei vorausgesetzt, dass die Multiplicationen aus einfachem Draht bestehen.

385. Die Anziehung der Anker durch die magnetisirten Eisenkerne ist dem Quadrate der Stromstärke, dem Quadrate der Windungszahl der Spirale und dem Durchmesser des Kernes proportional.

386. Die Anziehung zweier Elektromagnete ist proportional der Summe der Producte aus den Stromstärken in die zugehörigen Windungszahlen der Multiplicationsrollen.

387. Die magnetische Kraft eines elektromagnetischen Hufeisens ist wesentlich stärker, wenn die beiden Pole durch einen Anker verbunden sind.

(Ein Hufeisenmagnet, der an jedem Pole circa 1 kg trägt, wird mit einem Anker gegen 70 kg tragen können.)

388. Die Anker werden situirt, dass sie entweder parallel oder im Winkel angezogen werden.

389. In Eisenkernen und Ankern bleibt je nach der Grösse der Coërcitivkraft mehr oder weniger remanenter Magnetismus zurück. Dieser wird dort, wo er störend wirkt, durch Ausglühen des Eisens in Holzkohle oder durch Verkehren der Stromrichtung beseitigt.

Bei elektrodynamischen Maschinen spielt der remanente Magnetismus eine wichtige Rolle.

III. Elektrodynamische Wirkungen.

390. Gleichgerichtete elektrische Ströme in parallelen, frei beweglichen Leitern ziehen sich an, ungleichgerichtete stossen sich ab. (Ampère.)

391. Fliessen Ströme von oder nach einem Kreuzungspunkte, so stossen sie sich ab, wenn der eine zum, der andere vom Kreuzungspunkte strömt, sie ziehen sich an, wenn beide vom oder zum Kreuzungspunkte strömen. (Ampère.)

392. Frei bewegliche Stromspiralen (Solenoide), die in demselben Sinne gewunden sind und in welchen die gleiche Stromrichtung herrscht, verhalten sich wie frei bewegliche Magnetnadeln; sie stellen sich in den magnetischen Meridian, unterliegen der Einwirkung des Erdmagnetismus, ziehen andere Solenoide an und stossen sie ab etc.

393. Ein magnetischer Nordpol wirkt anziehend auf eine Spirale, die (Pkt. 368) in einem Eisenkerne einen Südpol erzeugen würde, und umgekehrt.

394. Jeder Kreisstrom übt eine magnetische Kraft aus, die dem Flächeninhalte des umströmten Kreises direct proportional ist.

395. Solenoide magnetisiren Eisenkerne und üben gegen dieselben Anziehung.

Die Anziehung eines Eisenstabes durch und in eine vom Strome durchflossene Spirale ist dem Quadrate der Intensität des Stromes und dem Quadrate der Windungszahl der Spirale direct proportional.

Die Anziehung von Spiralen gegen Eisenstäbe ist nahezu proportional der Quadratwurzel aus dem Durchmesser der Stäbe.

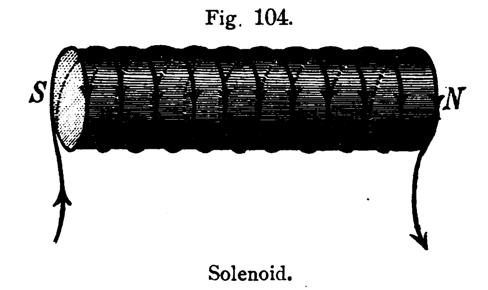
396. Die elektrodynamischen Fernwirkungen folgen dem Coulomb'schen Gesetze (Pkt. 142); die Intensität dieser Wirkungen ist nämlich dem Producte der Strom- oder Magnet-Intensitäten direct, dem Quadrate der Entfernung verkehrt proportional.

397. Ampère's Theorie des Magnetismus: Polarmagnetische Körper sind im wirksamen Zustande von gleichgerichteten elektrischen Molecularströmchen durchströmt; sie sind daher wie Solenoide aufzufassen. (Fig. 104.)

398. Die Coërcitivkraft ist das Vermögen, die Molecularströmchen in der gleichen Richtung zu erhalten.

399. Die Wirkung der Solenoide auf Magnete (Elektromagnete) wird in der Praxis bei der Construction elektrischer Motoren (Regulatoren) benützt.

Fig. 104.



Solenoid.

IV. Erregung secundärer elektrischer Ströme (Volta-Induction).

400. Jede relative Veränderung der Lage oder des elektrischen Zustandes zweier benachbarter Leiter bewirkt Aenderungen in den beiderseitigen elektrischen Zuständen. (Weiteres siehe Pkt. 441, S. 114.)

401. Das Auftreten und Verschwinden des elektrischen Stromes ist immer von einem sogenannten elektrischen Rückschlag (Extracurrent, Extrastrom) in demselben Leiter begleitet. (Weiteres siehe Pkt. 474, S. 120.)

V.—VII. Wirkungen des elektrischen Stromes auf die Körper und durchströmte Leiter.

402. Erfolgt der Ausgleich elektrischer Potentiale in Form elektrischer Funken, so zerlegt er zusammengesetzte Gase, er entzündet brennbare Körper und Gase, er bewirkt Aende-

rungen an den Oberflächen von Nichtleitern, er ist eventuell auch im Stande Isolatoren zu zertrümmern.

403. Metalldrähte, durch welche lange Zeit andauernd starke elektrische Ströme fliessen, werden spröde und brüchig. Die Elasticität der Drähte vermindert sich, wenn durch dieselben ein elektrischer Strom fliesst.

Elektrolyse.

404. Der elektrische Strom bewirkt ferner, insbesondere in flüssigen Leitern, eine Zerlegung der letzteren in ihre chemischen Bestandtheile.

405. Die Zersetzung durch den elektrischen Strom wird »Elektrolyse« genannt. Die zu zersetzenden Substanzen nennt man »Elektrolyte«; die metallischen Enden des Leiters im Elektrolyt »Elektroden«, u. zw.: »Anode«, durch welche der Strom in das Elektrolyt eintritt, »Kathode«, durch welche der Strom austritt.

406. Die Producte der Elektrolyse nennt man »Jonen«; sie scheiden sich nur an den Elektroden aus und heissen (nach der Analogie) Anion oder Kation.

Anion, elektronegatives }
Kation, elektropositives } Radical oder Element.

407. Das Faraday'sche Gesetz: Die Zahl der elektrochemischen Aequivalente (Pkt. 408) eines Elektrolytes, welche von einem Strome während einer gegebenen Zeit zerlegt werden, ist gleich der Anzahl Einheiten von Elektricität, die der Strom in derselben Zeit durch einen Querschnitt des Elektrolytes hindurchführt.

408. Elektrochemisches Aequivalent ist diejenige Menge eines Elektrolytes, welche von der Stromeinheit in der Zeiteinheit zersetzt wird.

409. Die elektrochemischen Aequivalente sind proportional den chemischen Aequivalentzahlen, welche die Verhältnisse angeben, in denen die betreffenden Substanzen sich mit einander verbinden. (Tabelle IV.)

410. Der Quotient der Oberfläche der Elektroden in die Stromstärke wird »Dichtigkeit des Stromes« genannt.

411. Die Gewichte der in gleichen Zeiten zersetzten Elektrolyte sind der Stromstärke direct proportional.

412. Die Gewichte der in gleichen Zeiten von demselben Strome in verschiedenen Elektrolyten zersetzten Mengen sind den chemischen Aequivalenten derselben direct proportional.

Fig. 105.



Wasserzersetzungs-Apparat.

Die Leitungsfähigkeit der Elektrolyte wächst sehr schnell mit Erhöhung der Temperatur. (Kohlrausch.)

413. Entstehen die Jonen durch directe Zersetzung, so nennt man diese »primär«; wirken aber die Jonen chemisch auf das Elektrolyt, so bezeichnet man diesen Vorgang als »secundäre Zersetzung«.

414. Bei der Elektrolyse tritt häufig »elektrische Endosmose« zwischen den Elektroden auf.

415. Die Elektrolyse findet in der Praxis vielfache Anwendung, u. zw.: *a)* zur Wasserzersetzung, *b)* zur Fällung von Metallen aus Flüssigkeiten (Lösungen) und *c)* zur Galvanoplastik.

416. Die zwischen zwei Elektroden befindliche Wasserschicht wird, besonders wenn sie etwas angesäuert wird, in die Bestandtheile Wasserstoff (Hydrogen) und Sauerstoff (Oxygen) zerlegt.

417. Das Volumen des an der negativen Elektrode aufsteigenden Hydrogens ist doppelt so gross, als das Volumen des am positiven Pol frei werdenden Oxygens. (Erklärt durch die chemische Formel $H_2 O$.)

418. Apparate, um dies experimentell zu zeigen, nennt man »Voltameter«. (Fig. 105.)

Das hier abgebildete gestattet die Gase in *pp* getrennt aufzufangen und dann durch *a* zu Knallgas zu vereinigen.

419. Nach Jacobi wurde früher als Einheit der Stromstärke ein Strom angenommen, der in einer Minute 1 cm³ Knallgas von einer Temperatur von 0° C. und einem Druck von 760 mm Quecksilber liefert.

420. Um 1 cm³ Knallgas zu erhalten, müssen 0·5365 mg $H_2 O$ zersetzt werden.

421. Die Wasserzersetzung ist auch die Aufgabe beim Laden der Accumulatoren.

422. Besteht eine Lösung aus verschiedenen chemischen Verbindungen, so werden diese durch den Einfluss eines elektrischen Stromes von einander geschieden (gefällt), und können nach diesem Principe edle Metalle von Unreinigkeit gesäubert, sowie überhaupt Metalle gereinigt werden.

Galvanoplastik.

423. Werden Metalllösungen elektrolytisch behandelt, so wird der Metallniederschlag eine als Elektrode benützte Form gleichmässig überziehen und einen ausserordentlich getreuen Abdruck der Form-Oberfläche liefern.

424. Galvanoplastische Vergoldung, Versilberung, Verkupferung und Vernickelung finden in der Technik ausgedehnte Anwendung.

425. Auch nicht leitende Gegenstände (z. B. Holzclichés) lassen sich mit metallischen Ueberzügen versehen. Zu diesem Zwecke wird die Oberfläche solcher Körper mit reinem Graphit überzogen oder chemisch versilbert, und auf die so präparirte Oberfläche gewöhnlich Kupfer niedergefällt.

426. Auf diese Weise erhält man Oberflächenbilder, die man dann als Matrizen verwenden kann.

427. Das Nichthaften der Niederschläge an der Form erreicht man durch Bestreichen der letzteren mit etwas reinem Fett oder durch Einreiben mit Graphitpulver.

428. Waltenhofen gibt folgende Formel für die stündliche Niederschlagsmenge in galvanischen Bädern:

$$p = 0{\cdot}003565 \frac{E}{w + W \frac{d}{nf}} M \; gr$$

Dabei ist:

E elektromotorische Kraft;
w Widerstand der Batterie;
W » der Leitung, bezogen auf 1 cm², der Elektroden im Abstande von 1 cm;
d Plattenabstand in Centimeter;
n Anzahl der Elemente;
f Plattengrösse in Quadrat-Centimeter;
M Aequivalentgewicht des betreffenden Metalles.

429. Theorie der Elektrolyse. Bei der Aufstellung einer solchen ist vor Allem zu berücksichtigen, dass die Ausscheidung der Jonen stets nur an den Elektroden geschieht. Man kann nun annehmen, dass sich die Molecule nach einer bestimmten Richtung stellen, und die Abstossung der Jonen dann die Zersetzungsproducte liefert.

430. Die physiologische Wirkung des elektrischen Stromes besteht in einer Erregung der Nerven lebender animalischer Gebilde; ist besonders bei hochgespannten Strömen sehr merkbar, und kann bei allzu hoher Spannung schädlich, ja tödlich werden. Die Nervenerregung durch Elektricität ist heutzutage ein specieller Zweig der medicinischen Wissenschaft geworden. (Elektrotherapie.)

431. Man verwendet zu Heilzwecken neuerer Zeit auch quantitative (constante) Ströme, und sind zu diesem Behufe eine Anzahl Batterie-Constructionen aufgetaucht, die allerdings nur diesem speciellen Zwecke dienen und keine andere praktische Verwendung finden können.

432. Die Grösse der physiologischen Wirkung hängt von der Intensität des elektrischen Stromes ab.

433. Der physiologische Effect eines elektrischen Stromes wächst und fällt nicht mit den Veränderungen des galvanometrischen Effectes. Ströme, die physiologisch sehr heftig wirken, sind eventuell nicht im Stande, eine Magnetnadel bei noch so bedeutendem Multiplicator abzulenken. (Siehe Volta-Induction, und Pkt. 445, S. 115.)

VIII. Wärme-Entwickelung durch den elektrischen Strom.

Joule'sches Gesetz.

434. Jeder vom elektrischen Strome durchflossene Körper wird durch den Strom erwärmt. Die erzeugte Wärmemenge ist dem Quadrate der Stromstärke in den Widerstand des Stromleiters direct proportional.

$$Q = a\,S^2\,W = a\,.\,S^2\,\frac{lr}{q} \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

435. Man kann das Joule'sche Gesetz noch in andere Formen bringen, u. zw.:

$$Q = a\,S\,E \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

$$Q = a\,\frac{E^2}{W} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Diese drei Formeln gelten sowohl für Leitungstheile als auch für den ganzen Schliessungskreis. Die Bezeichnungen sind bekannt.

436. Die Berücksichtigung dieses Gesetzes ist dort wichtig, wo man entweder in irgend einem bestimmten Leitungstheile Wärme erzielen, oder in den übrigen Theilen des Leiters Wärmeerregung verhüten will.

437. Wenn der elektrische Strom ein Leiterstück von der Länge m, eine bestimmte Zeit t durchströmt, ist die

Wärmemenge eine ganz bestimmte, und wäre daher Formel 1 zu vervollständigen:

$$Q = m\,\alpha\,S^2\,W\,t \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 4)$$

438. In plattgedrückten Leitern ist caeteris paribus die Wärmeerregung geringer als in runden.

439. Bei elektrischen Lichtanlagen ist das Joule'sche Gesetz genau so zu beobachten wie das Ohm'sche. Auf beiden zusammen beruhen die Gesetze, die bei der Construction elektrischer Lampen und der Führung elektrischer Lichtleitungen in erster Reihe zu berücksichtigen sind.

440. Die Wärmeentwickelung im Leiter ist dabei die Umwandlung der aufgewendeten Arbeit in eine nicht beabsichtigte Kraftform und daher ein Verlust für den Effect.

VII.

Die Induction elektrischer Ströme.

441. Bei der Induction elektrischer Ströme sind immer zwei Factoren (*A* und *B*) thätig. *A* inducirt und kann man ihn den Inductionsmotor nennen, während im Factor *B*, der gewöhnlich aus vielen Windungen isolirten Drahtes besteht, die Gleichgewichtslage der latenten Elektricität durch *A* gestört wird, wodurch elektrische Spannung entsteht, und wenn *B* ein geschlossener Leiter, elektrische Ströme erregt werden.

442. Faraday suchte festzustellen, welche Wirkung ein Magnet auf eine geschlossene Drahtspirale ausübe, da eine solche Spirale, in der ein galvanischer Strom circulirt, ein Stück weiches Eisen magnetisch macht, und fand, dass der auf nicht elektrischem Wege magnetisirte Eisenkern momentane elektrische Ströme in der geschlossenen Drahtspirale inducirt; er fand ferner in weiterer Ausführung dieser Entdeckung, dass ein elektrischer Strom sowohl im Momente seines Entstehens, als auch im Momente seines Verschwindens in einem benachbarten geschlossenen Leiter ebenfalls momentane elek-

trische Ströme erregt, die in den beiden hier angedeuteten Fällen zu einander entgegengesetzt gerichtet sind, und dass der elektrische Strom auch in seinem eigenen Leiter selbst sogenannte Extraströme unter denselben Bedingungen und Richtungsverhältnissen, wie beim zweiten Falle inducirt.

443. »Die Richtung des durch die Veränderung der relativen Lage oder des relativen Zustandes beider Inductions-Factoren (*A* und *B*, in letzterem) inducirten elektrischen Stromes ist der Richtung des auf elektrodynamischem Wege dieselbe Veränderung bewirkenden Stromes entgegengesetzt.« (Lenz.)

444. Bei gleichen Quantitätsverhältnissen von *A* und *B* wird immer eine gleiche Quantität von Elektricität inducirt, die sich in *B* vertheilt.

445. Die inducirten elektrischen Ströme haben zumeist eine besonders hohe Spannung, aber geringe Stromquantität (ähnlich wie die der Reibungs- oder Influenz-Elektrisirmaschine) im Gegensatze zu den galvanischen Strömen, die man zumeist bei geringer elektromotorischer Kraft in bedeutenderer Quantität erregt. Darum haben die alternirenden Inductionsströme mit hoher Spannung besondere Geneigtheit zur Funkenbildung und heftiger physiologischer Wirkung, aber geringen galvanometrischen Effect. Man beobachtet bei der Inductions-Elektricität, wie bei der Pyro-, Thermo-, atmosphärischen, galvanischen und Reibungs-Elektricität, physiologische und chemische Wirkungen, Wärmeerregung und das Ueberspringen von Funken in Distanz. — Die Inductionsströme erregen Elektromagnete und wirken in der bekannten Weise auf freischwebende Magnetnadeln.

446. Nach Punkt 442 unterscheidet man:

a) Induction durch elektrische Ströme, u. zw.:

- *α*) im benachbarten;
- *β*) im eigenen Leiter.

b) Induction durch Magnete;

447. Ad *aα* (Volta-Induction). Circulirt in irgend einem Leiter ein elektrischer Strom, so werden durch Annäherung oder Entfernung desselben an einen anderen geschlossenen Leiter in diesem sehr kurz andauernde, momentane elektrische Ströme erregt; geschieht die Annäherung oder Entfernung

ruckweise, so entstehen schon in den einzelnen Bewegungsphasen momentane Ströme.

448. Von zwei einander parallelen Drähten inducirt der eine auf den andern mit einer gewissen Stärke; je grösser der Winkel wird, den beide Drähte miteinander bilden, desto geringer ist die Inductionswirkung des einen auf den andern. Stehen sie zu einander rechtwinkelig, so induciren sie gar nicht aufeinander.

449. Inductionsströme entstehen auch bei fixer Lage der beiden Leiter bei Intensitätsänderungen des elektrischen Stromes in A und in jenen Augenblicken, wo im ersten (primären) Leiter der elektrische Strom zu circuliren anfängt oder zu circuliren aufhört; daher unterscheidet man bei den im secundären Leiter erzeugten momentanen Inductionsströmen: »Schliessungs- und Oeffnungsströme.«

450. Der Strom im primären Leiter kann hierbei auf beliebige Art erregt werden. (Batterien, Dynamo-Maschinen, Thermo-Säulen etc.) (Fig. 106.)

451. Die Schliessungsströme sind zum primären Strome entgegengesetzt gerichtet, die Oeffnungsströme aber mit diesem gleichgerichtet, daher sind die Oeffnungsströme auch bedeutend stärker als die ersteren.

452. Man nimmt zum primären Leiter immer dickeren Draht, zum secundären Leiter dünneren Draht, wenn man möglichst quantitativ, sehr dünnen Draht, wenn man intensiv starke Inductionsströme erregen will.

453. Man erzielt die besten Inductionswirkungen, wenn man die beiden Leiter spiralförmig derart aufwickelt, dass der secundäre Draht auf eine Multiplicationsrolle des primären Leiters aufgewickelt ist.

454. Man unterscheidet bei den Inductionsspulen »Lagenwickelung« und »Scheibenwickelung«, im ersten Falle sind die parallelen Windungen von gleichem Durchmesser fortlaufend angeordnet, im zweiten Falle aber circulirt der elektrische Strom in jeder Längenlage nacheinander die concentrisch angeordneten Multiplicationswindungen von der inneren bis zur äusseren, um dann zur inneren Windung der zweiten Lage weiterzugehen.

455. Die Volta-Induction wird ausgenützt bei der Construction von »Funken-Inductoren« und Inductionsapparaten zu physiologischen Zwecken.

456. Funken-Inductoren (construirt von Stöhrer, Ruhmkorff) haben dicken Draht in der primären, sehr dünnen Draht in vielen Windungen in der secundären Spirale. Sie geben lange Funken (d. h. sie haben eine grosse Schlagweite), haben aber quantitativ wenig Wirkung. Die Funken sind mit denen der Reibungs-Elektrisirmaschine gleichwerthig. (Fig. 107.)

457. Nimmt man zur secundären Spirale dickeren Draht, so erhält man zwar eine geringere Schlagweite, aber quantitativ mächtigere Funken, ähnlich denen einer Leydnerflasche.

458. Bei noch dickerem Draht erhält man gar keine Funken mehr, aber heftige physiologische Wirkungen. (Fig. 108.)
(Du Bois-Reymond.)

459. Bei all' diesen Apparaten erzielt man die Inductionsströme durch rasche Aufeinanderfolge von Stromunterbrechungen im primären Leiter.

460. Diese Stromunterbrechungen erfolgen entweder durch einen sogenannten »Neef'schen oder Wagner'schen Hammer«, oder es wird die primäre Spirale gleich als Elektromagnet eines Wagner'schen Hammers benützt.

461. In diesem Falle versieht man die primäre Spirale mit einem Eisenkerne aus massivem Eisen, oder aus Bündeln einzelner ausgeglühter und gefirnisster Eisendrähte.

462. Dieser Eisenkern (besonders ein Drahtbündel) verstärkt die Inductionswirkung bezüglich der Schlagweite und des physiologischen Effectes.

463. Der Neef'sche Hammer ist mit einem Condensator (eine grosse Franklin'sche Tafel) verbunden. Der Condensator ladet sich beim Verschwinden, entladet sich beim Erscheinen des elektrischen (primären) Stromes und ermöglicht dadurch eine raschere Reihenfolge der Stromunterbrechungen.

464. Fig. 109 zeigt das Schema einer derartigen Anordnung mit einem Condensator C, dem Neef'schen Hammer K, zwei Inductionsspiralen E und H, und einer primären Spirale J.

465. Die elektromotorische Kraft (E) ist bei der Volta-Induction vom Querschnitte und der Natur des zum secundären

Fig. 106.

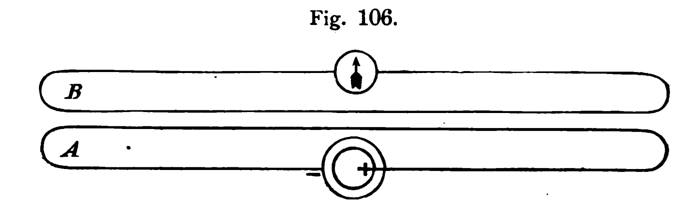
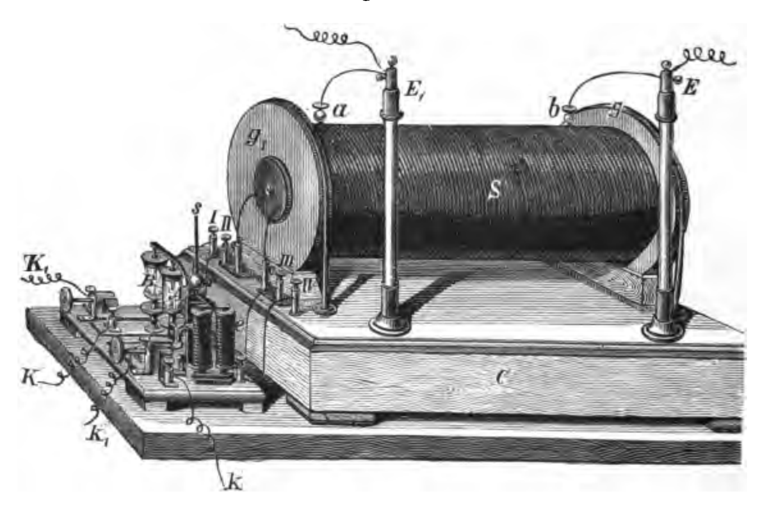
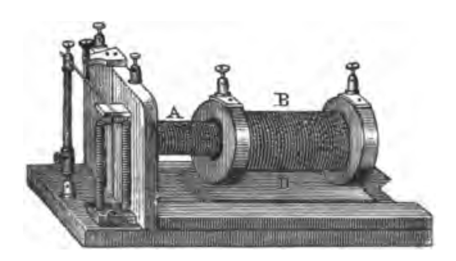


Fig. 107.



Grosses Inductorium nach Ruhmkorff.

Fig. 108.



Inductions-Schlitten-Apparat nach Du Bois-Reymond.

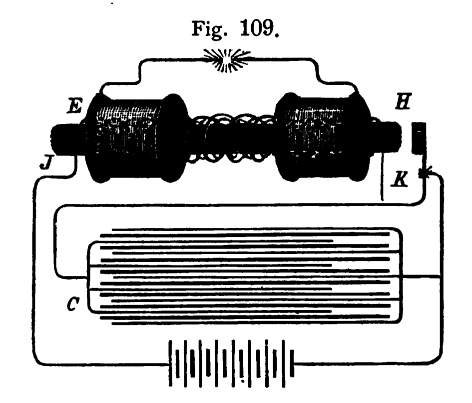
Leiter verwendeten Materiales unabhängig, sie ist der Stärke des Primärstromes, dem Quadrate des Leitungswiderstandes (W) in der Inductionsspirale direct, der Zeitdauer (t) des inducirten Stromes verkehrt proportional.

$$E = \frac{a\,S\,W^2}{t}$$

466. Die Quantität des Inductionsstromes ist unter gleichbleibenden Verhältnissen von A und B gleich, die Intensität hängt aber von der längeren oder kürzeren Dauer der Ströme ab.

467. Durch die Einschaltung von Leydnerflaschen in die secundäre Spirale kann die Wirkung der Inductions-Elektricität

Fig. 109.



wesentlich erhöht werden. Die Schlagweite wird zwar geringer werden, der Funke wird aber heller und ist von einem durchdringenden Geräusche begleitet.

468. Die Schlagweite des äusseren Endes der Secundärspirale ist immer bedeutender, als die des inneren Endes.

469. Die Schlagweite wächst, wenn man das eine Ende des Inductionsdrahtes zur Erde ableitet.

470. Zur Stromunterbrechung dienen, ausser dem Neef'schen oder Wagner'schen Hammer, noch andere Rheotome: z. B. das Unterbrechungsrad (Blitzrad), Foucault's Interruptor etc

471. Zur Unterdrückung des »Oeffnungs-« oder auch, je nach Bedarf, des »Schliessungsstromes« dient Buff's Disjunctor.

472. Manchmal wird bei der Volta-Induction auch Stempelmann's »commutirender Doppelunterbrecher«, bestehend aus zwei Wagner'schen Hämmern und zwei Commutatoren, in Verwendung genommen.

473. An besonderen Constructionen von Inductoren wären noch zu erwähnen der Du Bois-Reymond'sche Schlitten-Apparat (Fig. 108), bei dem die secundäre Spirale über die primäre Spirale geschoben und so der Einwirkung von mehr oder weniger primären Stromelementen ausgesetzt werden kann; ferner Apparate, bei denen verschieden starke Inductionswirkungen dadurch erzielt werden, dass die secundäre Spirale aus mehreren Abtheilungen besteht, die nun einzeln eingeschaltet oder verschieden (parallel oder hintereinander) combinirt in Action gesetzt werden können.

Der Extrastrom.

474. Ad *α β*. Ebenso wie der in einer Drahtspirale entstehende oder verschwindende elektrische Strom in einem benachbarten geschlossenen Leiter elektrische Inductionsströme erregt, so ruft der primäre elektrische Strom auch in seinem eigenen Leiter ganz gleiche Inductionsströme hervor, die Extraströme (Extra-Currents) genannt werden.

475. Auch der Extrastrom ist zum primären elektrischen Strome im gleichen Leiter entgegengesetzt gerichtet, wenn dieser geschlossen, gleichgerichtet, wenn dieser geöffnet wird. — Der Schliessungs-Extrastrom schwächt daher den primären elektrischen Strom, während sich der Oeffnungsstrom zum primären elektrischen Strome addirt und diesen verstärkt.

476. Die elektromotorische Kraft des Extra-Current ist der Intensität des primären elektrischen Stromes direct proportional; sie bleibt gleich, sowohl beim Oeffnungs- wie beim Schliessungsstrom, wenn die Intensität der primären elektrischen Ströme gleich geblieben ist.

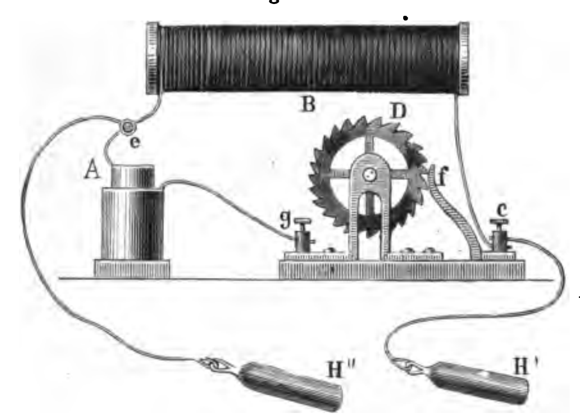
477. Wie alle alternirenden Inductionsströme sind auch die Extraströme von momentaner Dauer, von sehr heftiger physiologischer und nur sehr geringer galvanometrischer Wirkung. Uebersteigt die Intensität der Extraströme eine

gewisse Grenze, so können dieselben eben wegen ihrer physiologischen Wirkung für die Gesundheit, ja sogar das Leben der Menschen gefährlich werden, und ist diese Eigenschaft insbesondere beim Betriebe von Leitungen zur Lichterzeugung und Kraftübertragung wohl zu berücksichtigen.

478. Fig. 110 zeigt ein Arrangement, um mittelst der physiologischen Wirkungen die Existenz der Extraströme nachweisen zu können.

479. Der Extrastrom unterliegt im Allgemeinen allen

Fig. 110.



Apparat zum Nachweis der Extraströme.

jenen Gesetzen, die für die Volta-Induction und für Inductionsströme überhaupt gelten.

Die Magneto-Induction.

480. Faraday beobachtete, dass, wenn man einen Magneten und eine geschlossene Drahtspirale einander nähert oder sie von einander entfernt, sowohl im Momente des Annäherns als im Momente des Entfernens in der Spirale momentane elektrische Ströme entstehen, die den nach Ampère's Theorie die Molecule des Magneten umkreisenden Molecularströmchen entgegengesetzt gerichtet sind.

481. Gesetz: Bewegt sich ein Leiter in einem magnetischen Felde, so dass die magnetischen Kraftlinien vom bewegten Leiter geschnitten werden, so wird in letzterem ein elektrischer Strom erregt; bewegt sich der Leiter parallel zu den Kraftlinien, so entsteht kein elektrischer Strom. Es ist dabei noch nothwendig, dass auch die Längsrichtung des zum Leiter verwendeten Drahtes möglichst rechtwinkelig zu den Kraftlinien liegt.

482. Die erzielte Stromstärke hängt ab von der Intensität des magnetischen Feldes, beziehungsweise von der Anzahl der Kraftlinien, die geschnitten werden, und steht mit derselben im directen Verhältnisse. Die Stromstärke ist ferner um so grösser, je näher die Längsrichtung und Bewegungsrichtung des Leiters senkrecht auf die magnetischen Kraftlinien steht und je rascher der Leiter bewegt wird.

483. Befindet sich übrigens ein frei beweglicher Leiter der Elektricität in einem magnetischen Felde und seine Längsrichtung fällt nicht gerade zufällig mit der Richtung der magnetischen Kraftlinien zusammen, so setzt er sich, sobald ein elektrischer Strom ihn durchfliesst, sofort in Bewegung.

(Umkehrbarkeit der Wechselwirkung.)

484. Magnetelektrische Inductionsströme werden auch bei fixer Lage der Inductionsfactoren dann erzielt, wenn im Factor A plötzlich magnetische Polarität auftritt oder verschwindet, oder wenn Aenderungen der magnetischen Intensität eintreten.

485. Die inducirten Ströme irgend welchen Ursprunges sind immer so gerichtet, dass sie der Bewegung widerstehen, durch welche sie erzeugt werden, oder erzeugt gedacht werden können. Zwei gleich starke Bewegungen im entgegengesetzten Sinne liefern gleich starke entgegengerichtete Ströme. Bewegung in demselben Sinne liefern gleichgerichtete Ströme proportional der zur Bewegung aufgewendeten Kraft.

486. Bewegt man einen Leiter im magnetischen Felde eines Nordpols, so erhält man einen elektrischen Strom von bestimmter Richtung, so lange sich der Leiter dem Nordpol nähert (Nordpolarität anwächst), einen Strom von entgegengesetzter Richtung aber, wenn sich der Leiter vom Nordpol

entfernt (Nordpolarität abfällt); die auf ähnliche Weise mit dem Südpol erzeugten Ströme sind jenen erstbezeichneten Strömen analog so entgegengesetzt gerichtet, dass man die gleiche Stromrichtung erzielt, wenn sich der Leiter vom Nordpol entfernt oder dem Südpol nähert.

487. Die elektromotorische Kraft ist bei der Magneto-(dynamischen) Induction von der Dicke und von der Natur des Drahtes, sowie vom Durchmesser der Spiralwindungen unabhängig,

488. sie ist unter sonst gleichen Umständen der Anzahl der Spiralwindungen direct proportional.

489. Hat man mehrere Windungen auf dem Inductor-Anker, so bieten diese einen bestimmten Widerstand, und wächst dieser bei Vermehrung der Windungen schneller als die elektromotorische Kraft.

490. Bei einem gegebenen äusseren Widerstande wird bei einer bestimmten Anzahl von Windungsreihen, welche der Induction ausgesetzt werden, die Strom-Intensität J ein Maximum erreichen, das sich auf folgende Art berechnen lässt.

Es sei:

k der Radius eines cylindrischen Ankers,
a die Länge der Drahtspule,
l die Gesammtlänge des Drahtes,
$\delta + \beta$ die Dicke des Drahtes mit seiner Isolirschicht,
m die Zahl der nebeneinander,
n die Zahl der übereinander liegenden Drahtlagen,
r der specifische Widerstand des Spulendrahtes,
W der äussere Widerstand,
E die elektromotorische Kraft jeder Windung, so ist

$$I = \frac{m\,n\,E}{l\,r + W} \quad \ldots\ldots\ldots\ 1)$$

nun ist:

$$m = \frac{a}{\delta + \beta}, \quad \ldots\ldots\ldots\ 2)$$

und

$$l = \left[2\,n\,k + n^2\,(\delta + \beta)\,\frac{\pi\,a}{\delta + \beta}\right] \quad \ldots\ 3)$$

und demnach

$$I \text{ max.} = \frac{n\,a\,E}{\frac{a\,\pi\,r}{\delta^2}\,[2\,n\,k + n^2\,(\delta + \beta)] + W\,(\delta + \beta)} \quad 4)$$

Mittelst Anwendung höherer Rechnung erhält man, wenn

$$n = \delta \sqrt{\frac{W}{a\,\pi\,r}}$$

falls das Differential des Werthes der Formel 4 nach n gleich Null gesetzt wird:

$$I \text{ max.} = \frac{\delta^2\,E}{2\left[k\,\pi\,r + (\delta + \beta)\sqrt{\frac{\pi\,r\,W}{a}}\right]} \quad \ldots\ldots 5)$$

d. h. das Intensitäts-Maximum ist der inducirten elektromotorischen Kraft proportional, es wächst mit der Dicke des Drahtes und der Länge der Spule, es nimmt ab mit dem Radius des Ankers und dem äusseren Widerstande der Leitung.

491. Für einfachere Fälle, u. zw. bei jeder Art Inductionsstrom genügt die Relation

$$J \text{ max.} = \frac{n\,E}{n^2\,w + W}$$

wenn $n^2\,w$ nahezu gleich ist W.

n ist hierbei die Anzahl der Windungen,

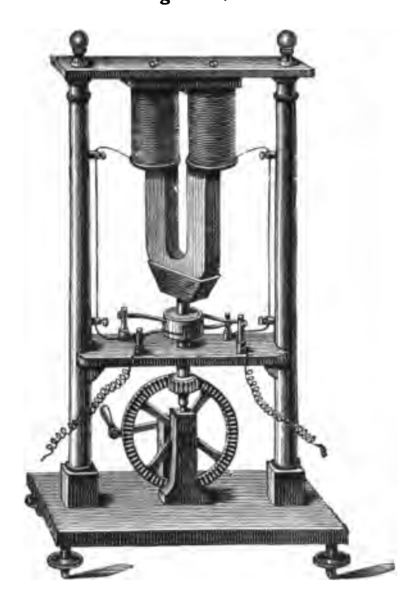
E die elektromotorische Kraft jeder Windung.

492. In der Praxis unterscheidet man nun drei Arten von Magneto-Inductionsmaschinen:

1. Solche, wo die Spulen fix und die Magnete beweglich sind. (Pixii, Fig. 111.)
2. Solche, wo die Magnete fix und die Spulen beweglich sind. (Stöhrer, Fig. 112.)
3. Solche, wo Spule und Magnete fix in der Distanz zu einander sind, und erstere nur um ihre Achse drehbar ist, wodurch die relative Lage der beiden Inductionsfactoren geändert werden kann. (Siemens, Fig. 113.)

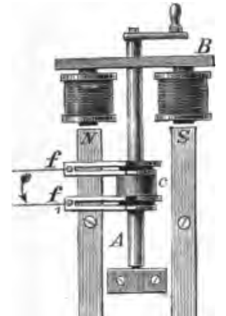
493. Alle diese magnetelektrischen Maschinen liefern alternirende (Wechsel-) Ströme. Durch geeignete Commutatoren kann man entweder die Richtung aller so erzielten

Fig. 111.



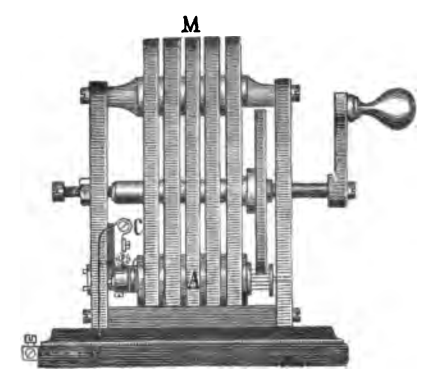
Magnet-Inductor nach Pixii.

Fig. 112.



Magnet-Inductor nach Stöhrer.

Fig. 113.



Magnet-Inductor nach Siemens.

Ströme gleichrichten, oder die Ströme der einen Richtung unterdrücken.

494. Nach denselben Principien (Pkt. 492, 2) wurde die sogenannte Alliance-Maschine construirt, die erste Maschine, die zur Erzeugung elektrischen Lichtes praktische Verwendung gefunden hat.

495. Werner Siemens fand bei Versuchen, permanente Magnete zum Zwecke der Induction durch Elektromagnete zu ersetzen, dass der remanente Magnetismus in den Eisenkernen, und mag diese Kraft noch so gering sein, genügt, Ströme zu induciren, dass diese ferner dazu verwendet werden können, den Elektromagnetismus in den inducirenden Eisenkernen bis zum Sättigungspunkte zu erregen, womit selbstverständlich deren Inductionskraft erhöht wird,

496. die Intensität dieser Ströme hängt dann ab von den verwendeten Massen und der zur Bewegung des Leiters aufgewendeten Arbeit.

497. Siemens nannte diesen Process der Umwandlung mechanischer Arbeit in Elektricität »das elektrodynamische Princip«, und es heissen die nach diesem Principe gebauten Apparate: elektrodynamische Maschinen.

498. Gleichgerichtete continuirliche elektrische Ströme erzielte durch Magneto-Induction (nach einem zwar sehr werthvollen, aber missglückten Versuche Pacinotti's) zuerst Gramme in Paris, u. zw. durch Rotation eines kreisrund gebogenen Elektromagneten mit vielen selbstständigen, unter einander aber verbundenen Multiplications-Spulen, im magnetischen Felde zweier ungleichnamiger Pole.

499. Tertiäre Induction. Inducirte Ströme erregen in benachbarten geschlossenen Leitern ebenfalls elektrische Ströme. Da aber auf jeden secundären Inductionsstrom zwei tertiäre kommen und schon erstere von ausserordentlich geringer Zeitdauer sind, so ist die Zeitdauer der tertiären Ströme so minim, dass der Nachweis solcher Ströme sehr schwer wird. Immerhin ist das Auftreten tertiärer Inductionsströme hie und da mit in Rechnung zu ziehen.

VIII.

Die Erhaltung der Kraft.

(Die Ursache einer jeden Bewegung wird »Kraft« genannt.)

500. Aus Nichts kann keine Kraft gewonnen werden. Wo etwas geleistet (bewegt) wird, ist etwas verbraucht worden. Die Kraft ist ewig, unvergänglich und kann gar nichts davon verloren gehen.

501. Wenn also Kraft ausgegeben und nicht gleich viel zurückgewonnen wurde, so muss die Differenz, die ja nicht verloren gehen kann, in irgend einer Kraftform anderswo erscheinen, wo sie für den beabsichtigten Zweck allerdings verloren ist.

502. Die besten Maschinen sind jene, bei welchen von der aufgewendeten Kraft möglichst viel zurückgewonnen wird. Mehr zu leisten, als Kraft aufgewendet wird, ist unmöglich.

503. Das Product aus dem Gewichte eines bewegten Körpers in seine Geschwindigkeit wird »mechanisches Moment« oder kurzweg »Moment« genannt.

504. Gleiche Kräfte erzeugen gleiche Momente.

505. Das Product aus dem Gewichte eines bewegten Körpers in den von ihm zurückgelegten Weg wird »Arbeit« genannt.

506. Einheit der Kraft: Wenn die Gewichtseinheit in der Zeiteinheit auf die Längeneinheit bewegt wird.

(Masse: 1 cm^3 H_2O (4^0 Cel.); Zeit: Secunde; Weg: 1 cm.)

507. Formen der Kraft: Man unterscheidet mechanische Kraft, chemische Kraft, magnetische und elektrische Kraft, calorische Kraft.

508. Umformungen dieser Kräfte sind untereinander möglich, so kann z. B. mechanische Kraft in Wärme und umgekehrt Wärme in mechanische Kraft verwandelt werden.

509. »Mechanisches Aequivalent der Wärme« heisst das Maass der durch die Wärmeeinheit erzeugten Arbeit oder umgekehrt der durch die Arbeitseinheit erzeugten Wärme; dasselbe beträgt 424 Secunden-Kilogramm-Meter, d. h. durch

eine Wärmemenge, welche 1 kg Wasser um 1^0 Celsius erwärmt, werden 424 kg 1 m gehoben.

510. Demnach ist jede elektromotorische Kraft proportional dem aufgewandten Arbeitswerthe (dem chemischen oder mechanischen Kraftverbrauche).

511. In einem Daniell-Elemente wird z. B. die Verbrennung eines Molecules *Zn* 106.090 Calorien entsprechen. Zur Wasserzersetzung werden verbraucht 68.360 Calorien, bleiben 37.730 Calorien als Werth der elektromotorischen Kraft.

512. Bei den Inductions-Apparaten wird »mechanische Kraft« in »elektrische« verwandelt. Nun ist aber die nach Calorien berechnete elektrische Kraft geringer als die aufgewendete mechanische. Die Differenz wird in der Erwärmung des Drahtes, in der Ueberwindung des Luftwiderstandes bei der Drehung und des Widerstandes in den Achslagern gefunden werden, und wenn man alle diese Arbeitswerthe ermittelt und addirt, muss die Summe genau der ursprünglich aufgewendeten mechanischen Arbeitskraft entsprechen.

IX.

Das Messen elektrischer Constanten.*)

513. Gesetze findet man in den physikalischen Disciplinen nur durch das Messen.

514. Man misst in der Praxis:

1. Potential-Differenzen,
2. elektromotorische Kräfte,
3. Widerstände,
4. Stromstärken,
5. Capacitäten und Elektricitäts-Mengen,
6. die elektrische Arbeit.

515. Potentiale werden nur selten auf ihren wirklichen Werth gemessen, man begnügt sich meistens, dieselben mit

*) Mit theilweiser Benützung einer Arbeit von Dr. L. Grätz.

bekannten Potentialen zu vergleichen. Dazu dient Thomson's Quadranten-Elektrometer, sowie die gewöhnlichen Galvanometer dazu verwendet werden, Stromstärken mit einander zu vergleichen. (Fig. 127, Seite 146.)

516. Um Potential-Differenzen zwischen zwei Punkten eines geschlossenen Stromkreises zu messen, verbindet man diese zwei Punkte durch eine Zweigleitung von sehr grossem bekannten Widerstande (W) und schaltet in dieselbe ein sehr empfindliches Galvanometer ein. Der Nadelausschlag an demselben gilt direct als Maass für die Potential-Differenz $(V - V_1)$, weil in der Zweigleitung

$$S = \frac{V - V_1}{W}.$$

Ist W in Ohms ausgedrückt und zeigt das Galvanometer direct Ampères, so erhält man die Potential-Differenz in Volts = Ohm × Ampère.

517. Dabei verwendet man vortheilhaft das Siemens'sche Torsions-Galvanometer (Fig. 114). Ein Glockenmagnet G ist an einem Coconfaden i und einer Torsionsfeder f aufgehängt; er schwingt zwischen der Multiplication R.

Ohne Einschaltung weiterer Widerstände zeigt das Instrument gewöhnlich für je 0·01 Volt einen Winkelgrad Ablenkung, durch Zuschaltung weiterer Widerstände kann die Empfindlichkeit so gemässigt werden, dass jeder Grad einer Potential-Differenz von 10 Volt entspricht.

518. Man achte bei diesem Instrumente darauf, dass nie der starke directe Strom durchgeleitet werde.

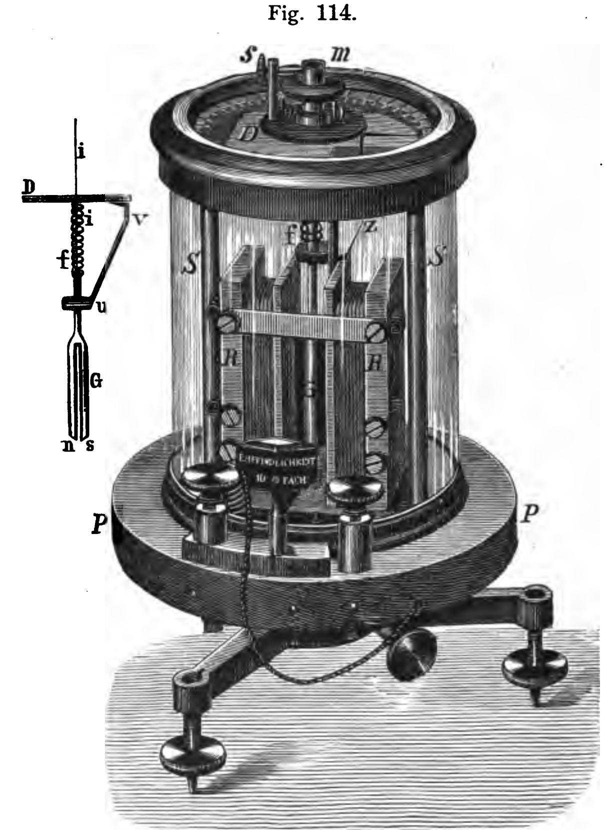
519. Das Torsions-Galvanometer, an die Pole einer Elektricitätsquelle angelegt, zeigt die Polspannung in Volts. Addirt man zu dem so erhaltenen Werthe das Product aus der Stromstärke in den inneren Widerstand, so erhält man den Werth der elektromotorischen Kraft.

520. Die elektromotorische Kraft eines Elementes ist die Differenz der Potentiale seiner Pole in ungeschlossenem Zustande. Man kann daher die elektromotorische Kraft auch durch Elektrometer-Messungen bestimmen. Man bestimmt den Ausschlag, den ein Normalelement am Elektrometer gibt, und dann denjenigen, den das zu untersuchende Element

gibt. Das Verhältniss dieser Ausschläge gleicht dem Verhältnisse der elektromotorischen Kräfte.

521. Auch elektromotorische Kräfte werden nur selten

Fig. 114.



Torsions-Galvanometer nach Siemens.

gemessen, fast immer nur verglichen, obwohl neuerer Zeit auch Messapparate, »Voltmeter«, construirt werden, die mehr oder weniger geeignet sind, elektromotorische Kräfte direct oder nach geringfügigen Rechnungen in »Volts« anzuzeigen.

522. Hat man in einem Schliessungskreise die Stromstärke *(S)* in Ampères, den Gesammtwiderstand *(W)* in Ohms ermittelt, ergibt sich nach dem Ohm'schen Gesetze die elektromotorische Kraft *(E)* in Volts ohne Schwierigkeit durch Rechnung

$$E = S \, . \, W.$$

523. Hat man ein Galvanometer und einen Rheostaten, so empfiehlt sich folgende Vergleichsmethode:

Ein Normal-Element (Daniell) wird mit jenen zwei Apparaten geschlossen und die Nadelablenkung *(S)* notirt. Hierauf ermittelt man einen kleineren Werth für S (S_1) durch Vermehrung des Widerstandes (l) am Rheostaten. Man nimmt nun mit dem zu vergleichenden Elemente dieselben Operationen vor, aber so, dass S und S_1 dieselben Werthe haben, was man mit Hilfe des Rheostaten bewirkt.

Wir erhalten nun vier Formeln:

$$S = \frac{E}{W} \qquad S_1 = \frac{E}{W + l} \qquad S = \frac{E_1}{W_1} \qquad S_1 = \frac{E_1}{W_1 + l_1}$$

und daraus

$$E = \frac{S \; S_1}{S_1 - S_1} \, . \, l \qquad E_1 = \frac{S \; S_1}{S - S_1} \, . \, l_1$$

daher

$$E : E_1 = l : l_1.$$

Widerstandsmessungen.

524. Am bequemsten misst man Widerstände mit dem Differential-Galvanometer und einem Vergleichs-Rheostaten.

525. Es handelt sich zumeist um Widerstandsmessungen an:

1. Drähten,
2. Erdleitungen und
3. galvanischen Elementen.

526. Fig. 115 zeigt das Arrangement bei Widerstandsmessungen an Drähten, deren zwei Enden zur Verfügung stehen.

527. Ist das eine Ende zur Erde geführt, so wird man das freie Ende an die Klemme 7 anschliessen und die Klemme 6, als Endpunkt der zweiten Schleife, ebenfalls zur

Erde führen. Die Erdwiderstände müssen dabei separat gemessen werden.

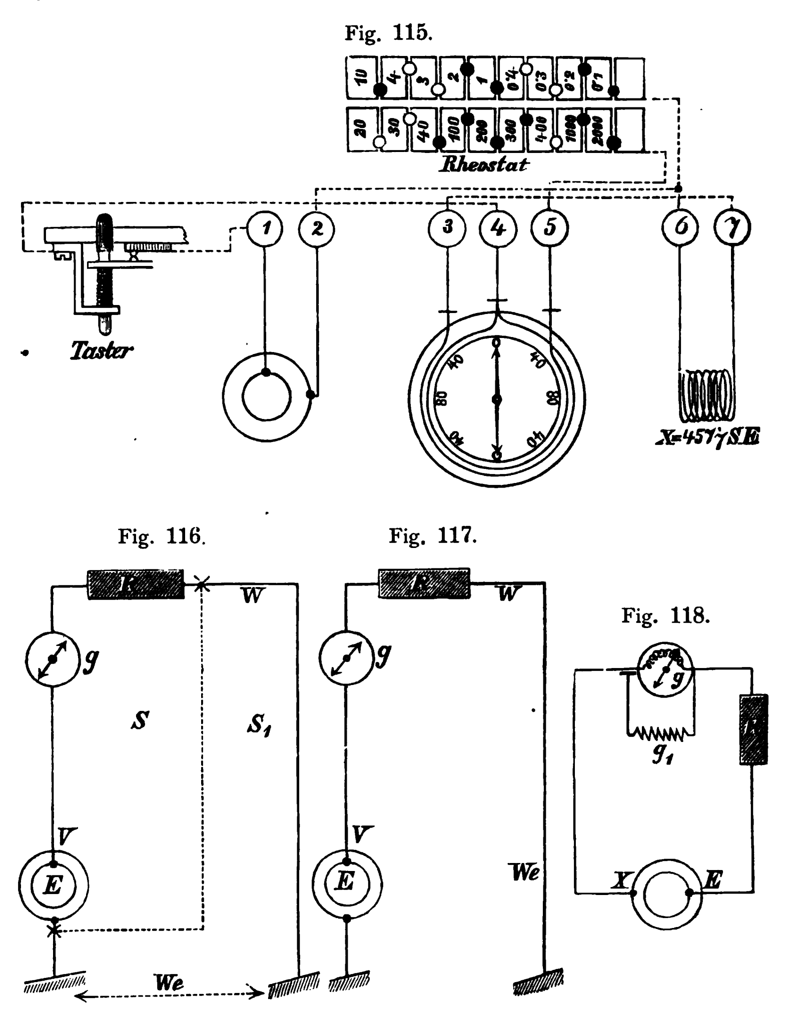


Fig. 115. Fig. 116. Fig. 117. Fig. 118.

528. In letzterem Falle werden allerdings die, insbesondere bei Telegraphenlinien, sehr stark auftretenden Erdströme das Messen erschweren.

529. Um den Widerstand von Erdleitungen zu messen, bedient man sich der in den Figuren 116 und 117 angedeuteten Arrangements:

Ad Fig. 116

$$S = \frac{E}{v + g + R} \qquad (S > S_1)$$

$$S_1 = \frac{E}{v + g + R + W + We}$$

$$We = \frac{(S - S_1)\,(v + g + R)}{S_1}$$

Ad Fig. 117

$$S = \frac{E}{v + g + R + W + We}$$

$$S_1 = \frac{E}{v + g + W + We} \qquad (S < S_1)$$

$$S\,(v + g + R + W + We) = S_1\,(v + g + W + we)$$

$$W = \frac{(v + g + We)\,(S_1 - S) - S\,R}{S - S_1}$$

530. Das Messen von Batterie-Widerständen ist etwas complicirter. Sehr praktisch für einfache Mittel ist Wheatstone's Halbirungsmethode:

Schliesst man das zu messende Element durch einen auf Null gestellten Rheostaten und eine Boussole, so erhält man

$$S = \frac{E}{g + x} \qquad \text{(Fig. 118).}$$

Halbirt man den Widerstand von g, indem man einen gleichen Widerstand (g_1) an die Klemme der Boussole anlegt, so ist

$$S_1 = \frac{E}{\frac{g}{2} + x} = \frac{2\,E}{g + 2\,x}$$

Man beseitigt nun g_1 und ermittelt S_1 durch Zuschaltung von Widerstandsdraht (r) am Rheostaten, so dass

$$\frac{S_1}{2} = \frac{E}{g + 2\,x} = \frac{E}{x + g + r}$$

$$g + 2\,x = x + g + r$$

$$x = r.$$

531. Ist in einem geschlossenen Stromkreise Stromstärke in Ampères und elektromotorische Kraft in Volts bekannt,

so berechnet man nach Ohm's Gesetz den Widerstand in Ohms:

$$W = \frac{E}{S}$$

532. Widerstandsbestimmung mittelst der Wheatstone'schen Brücke. In der Wheatstone'schen Brücke, deren Schema durch Fig. 120 gegeben ist, theilt sich der Strom der Elemente E zwischen den beiden Zweigen abd und acd, und diese sind wiederum durch einen Draht cb verbunden, die Brücke, in welcher bei passender Abgleichung der Widerstände ab, ac, db, dc kein Strom fliesst. Dies tritt dann ein, wenn die Gleichung besteht:

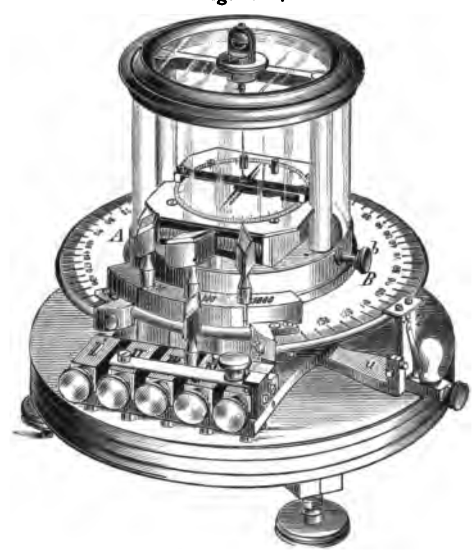
$$\frac{ab}{ac} = \frac{db}{dc}$$

Bei der praktischen Ausführung wird jetzt gewöhnlich als Zweig acd ein ausgespannter Platindraht von gleichmässigem Widerstande benützt, auf welchem ein Contact verschiebbar ist. Bei Verwendung bekannter Widerstände in dem einen Zweige, kann man nun unbekannte Widerstände im correspondirenden Zweige ganz genau ermitteln.

533. Zur bequemen Messung von Widerständen, aber auch zu Messungen von elektromotorischen Kräften und Stromstärken dient das Siemens'sche Universal-Galvanometer, vielleicht der einzige Universalapparat, der seinen Zweck vollkommen erfüllt. Seine Aussenansicht gibt Fig. 119. Der Apparat enthält ausser dem Galvanoskop noch Einrichtungen zur leichten Einrichtung der Wheatstone'schen Brücke und zu verschiedenen elektrischen Messungen. Das Galvanoskop besteht aus einem Rahmen, der mit 1600 Umwindungen von 100 S.-E. Widerstand versehen ist. Innerhalb und oberhalb derselben befindet sich das astatische Nadelpaar, welches sich auf einem Kreise mit wenig Spielraum bewegt.

Das Galvanoskop sitzt auf einer Schieferplatte, auf welcher sich vier Messinglamellen befinden, die mit den Enden dreier Widerstandsrollen von 10, 100, 1000 Siemens verbunden sind und die durch Stöpsel ein- und ausgeschaltet werden können. In dem Rande der Schieferplatte befindet sich eine Nuth und in diese ist ein Neusilberdraht von gleichförmigem

Fig. 119.



Siemens'sches Universal-Galvanometer.

Fig. 120.

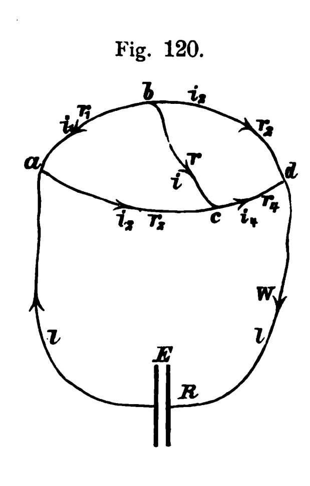
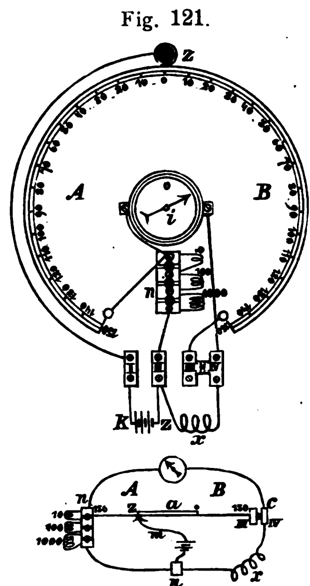


Fig. 121.



Widerstande eingelegt, der als Messdraht einer Wheatstone'schen Brücke dient. Auf der Platte befindet sich eine Theilung, und zwar geht sie von der Mitte der hinteren Seite der Schieferplatte an nach beiden Seiten von 0 bis 150. Die beiden Seiten sind unterschieden durch die Buchstaben *A* und *B*.

Unterhalb der Schieferplatte befinden sich fünf Klemmschrauben *I, II, III, IV, V*, von denen *III* und *IV* durch einen Stöpsel mit einander verbunden werden können, während *V* mit *II* durch einen Druck auf den Knopf einer Feder momentan in Verbindung gesetzt werden kann. Endlich sitzt auf der Achse des Apparates drehbar der Arm *a*, welcher einen metallischen Nonius trägt, der auf den Messdraht verschoben werden kann und zugleich zur Ablesung dient.

534. Die Verbindung der einzelnen Theile des Apparates und zugleich seine Einrichtung zur Wheatstone'schen Brücke ist nun aus Fig. 120 und 121 zu ersehen, in welch' letzterer die Metallschiene *V*, die ja mit *II* direct durch einen Druck auf die Feder verbunden werden kann, fortgelassen ist. Die beiden Pole des Elementes werden zwischen *I* und *II* eingeschaltet, der zu untersuchende Widerstand x zwischen *II* (resp. *V*) und *VI* (der mit *III* durch einen Stöpsel verbunden ist). Der Messdraht steht in ständiger Verbindung mit den Widerstandsschienen 10, 100, 1000 und der Klemme *III*, das Galvanoskop ebenfalls mit den Widerstandsschienen und der Klemme *IV*. In das Schema der Wheatstone'schen Brücke gebracht, reihen sich die einzelnen Zahlen und Buchstaben dieser Figur nun so ein, wie es Fig. 121 angibt. Diese Anordnung unterscheidet sich von dem gewöhnlichen Schema der Brücke nur scheinbar. In der Diagonale befindet sich hier das Element und nicht das Galvanometer. Bei der Symmetrie der Brücke in Bezug auf Galvanometer und Element macht diese aber gar keinen Unterschied aus. Man schaltet nun beim Gebrauche des Instrumentes denjenigen von den drei Widerständen 10, 100, 1000 ein, der dem zu bestimmenden x am nächsten liegt, und verschiebt den Zeiger z so lange, bis die Nadel auf Null bleibt. Ist α die Angabe des Zeigers, dann verhält sich, je nachdem diese Angabe auf der *A*- oder *B*-Seite des Apparates steht, x zu dem eingeschalteten Widerstande S, wie

$$\frac{150 + \alpha}{150 - \alpha}$$

auf der A-Seite, oder wie

$$\frac{150 - \alpha}{150 + \alpha}$$

auf der B-Seite.

Man hat daher den zu bestimmenden Widerstand sofort in Siemens-Einheiten ausgedrückt.

Messen der Stromstärke.

535. Zum Messen der Stromstärke bedient man sich der
a) chemischen,
b) magnetischen und
c) elektrodynamischen
Wirkungen desselben.

536. Das Knallgas-Voltameter liefert das chemische Maass der Stromstärke; bei Vergleichen müssen die Volumina auf 0^0 Celsius und 760 mm Druck reducirt werden.

537. Ein Ampère liefert 10·43 cm^3 Knallgas in der Minute.

538. Das Kupfer-Voltameter liefert auch ein chemisches Maass. Es basirt auf dem Erfahrungssatze, dass ein Ampère in der Minute 19·7 mgr Kupfer aus einer gesättigten $Cu\,SO_4$ Lösung ausscheidet. Als Elektroden verwendet man dabei: reines Kupfer (+), reines (gewogenes) Platin (—).

539. Silber-Voltameter. Aehnliches Arrangement. In der Minute scheidet ein Ampère 67·08 mgr Silber aus.

540. Die magnetischen Wirkungen des elektrischen Stromes werden zur Messung und Vergleichung der Stromstärken in den Punkt 321 bis 349 beschriebenen Boussolen benützt.

541. Um den Reductionsfactor einer Tangentenboussole zu finden, damit deren Angaben auf chemisches Maass reducirt werden können, schaltet man ein Voltameter und die Boussole zusammen in einen Stromkreis ein. Da der Ausschlag der Nadel von der Stärke des Erdmagnetismus abhängt, so ändert sich der Reductionsfactor mit diesem, und muss auch in längeren Intervallen bestimmt werden.

542. Man kann aber bei der Tangentenboussole auch leicht aus den Dimensionen den Reductionsfactor bestimmen. Wenn E die Stärke des Erdmagnetismus ist, n die Anzahl der Windungen des Drahtes, r ihr mittlerer Halbmesser, so wird die Stärke eines Stromes i im magnetischen Maass daraus gefunden, dass der gesammte Kreisstrom von der Länge $2 r n \pi$ auf die Nadel vom magnetischen Moment M und der Ablenkungswinkel α das Moment ausübt:

$$\frac{2 n r \pi i M \cos \alpha}{r^2}$$

Diesem wird durch den Erdmagnetismus das Gleichgewicht gehalten, welcher das Moment $M E \sin \alpha$ hat. Er ergibt sich daraus

$$i = \frac{5 r E}{n \pi} \tan g \alpha$$

in magnetischem Maass. Da ein Ampère gleich $^1/_{10}$ der absoluten elektromagnetischen Einheit (im C. G. S.-System) ist, so erhält man die Stromstärke direct in Ampère durch die Gleichung

$$i = \frac{r E}{2 n \pi} \tan g \alpha$$

wenn man alle Längen in Centimetern, alle Massen in Gramm und alle Zeiten in Secunden ausdrückt.*)

543. Tangentenboussolen sind zum Messen schwacher Ströme nicht geeignet. Sehr starke Ströme können mit denselben auch nur dann gemessen werden, wenn man sie, wie das Torsions-Galvanometer, in, bezüglich des Widerstandes, abgemessene Zweigleiter einschaltet, oder wenn man den leitenden Ring in Winkel zur Horizontalebene verstellbar construirt und berücksichtigt, dass bei horizontaler Stellung des Ringes die Nadel gar nicht abgelenkt werden wird, trotz der stärksten Ströme, welche im Ringe circuliren.

*) Für eine Gaugain'sche Boussole habe ich in Wien den Werth

$$C = \frac{r E}{2 n \pi}$$

ermittelt mit

$$C = \frac{131 \times 2{\cdot}09}{2 \times 12 \times 3{\cdot}1415} = 3{\cdot}6313507 \text{ mm}^{1/2} \text{ mg}^{1/2} \text{ sec}^{-1}.$$

544. Zum Messen starker Ströme bedient man sich verschiedener Constructionen. Die von Deprez proponirten sind in Fig. 122 und 123 abgebildet. Zwischen den Polen eines kräftigen Hufeisenmagnetes befindet sich mit Schneiden aufgesetzt eine eiserne Lamelle mit vielen Einschnitten, welche durch den Hufeisenmagnet in bestimmter Lage gehalten und durch diesen vom Erdmagnetismus unabhängig ist. Zwischen den Schenkeln des Magnetes befindet sich ferner der Multiplicatorrahmen, durch welchen der Strom geschickt wird und der dann die Eisenlamelle ablenkt.

Zur Messung von starken Strömen ist als Multiplicatorrahmen ein dicker Kupferstreifen gewählt, welcher viermal um die Lamelle herumgelegt ist. Ausserdem befindet sich noch ein dünner Draht mit sehr vielen Umwindungen auf dem Rahmen, durch welchen das Instrument zur Messung von Potential-Differenzen geeignet wird. Die Eisenlamelle trägt auf ihrer Achse eine Scheibe, welche durch eine Schnur mit einer zweiten kleineren Scheibe befestigt ist, auf der ein leichter Zeiger aufsitzt. Dieser spielt auf einem getheilten Gradbogen und gibt die Ablenkungen der Eisenlamelle fünfmal vergrössert an. Der Bogen ist so getheilt, dass die Theilstriche direct Ampères angeben.

545. Ayrton und Perry haben für starke und schwache Ströme ein Galvanometer (Ammeter; Fig. 124) construirt. Auch hier befindet sich in dem Felde eines sehr kräftigen Hufeisenmagnetes ein Magnet, welcher aber hier die Form einer sehr leichten Nadel hat. Dadurch wird erreicht, dass die Nadel sich rasch ohne Schwankungen einstellt. Die Multiplicatorwindungen bestehen nicht aus einem Drahte, sondern aus einem kleinen Kabel, welches aus zehn isolirten Drähten von gleichem Querschnitte zusammengesetzt ist. Diese Drähte können durch eine Umdrehung eines Commutators hintereinander oder nebeneinander geschaltet werden. Die erste Schaltung dient für schwache, die andere für starke Ströme. Das Instrument gibt direct Ampères an und lässt sich bei Hintereinanderschaltung der Drähte schon durch ein galvanisches Element aichen. Dieselbe Ablenkung, die bei Hintereinanderschaltung der Drähte einem bestimmten Strome ent-

spricht, entspricht bei Nebeneinanderschaltung desselben einem zehnmal stärkeren Strome.

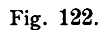
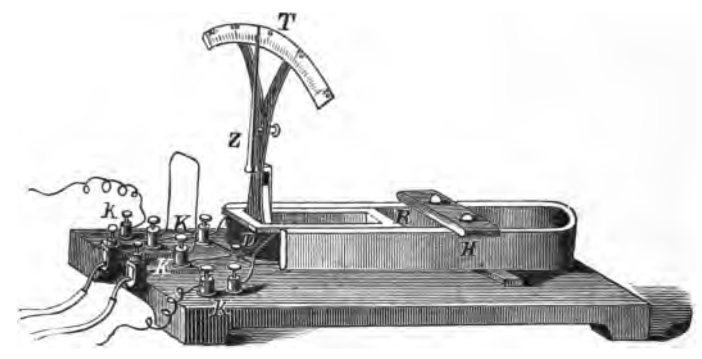
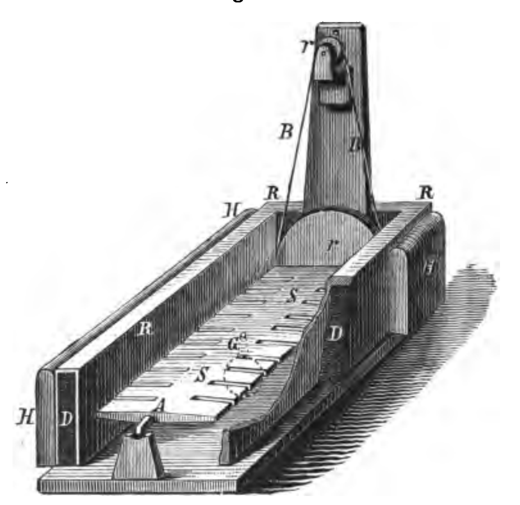


Fig. 122.



Galvanometer von Deprez.

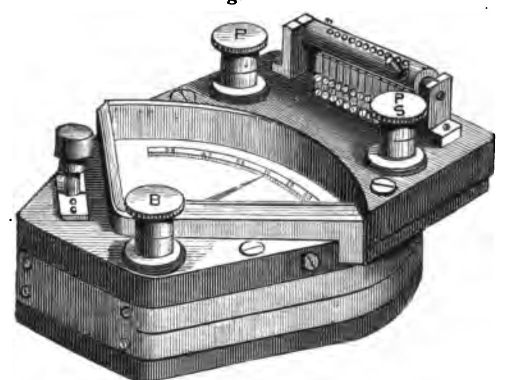
Fig. 123.



Galvanometer von Deprez.

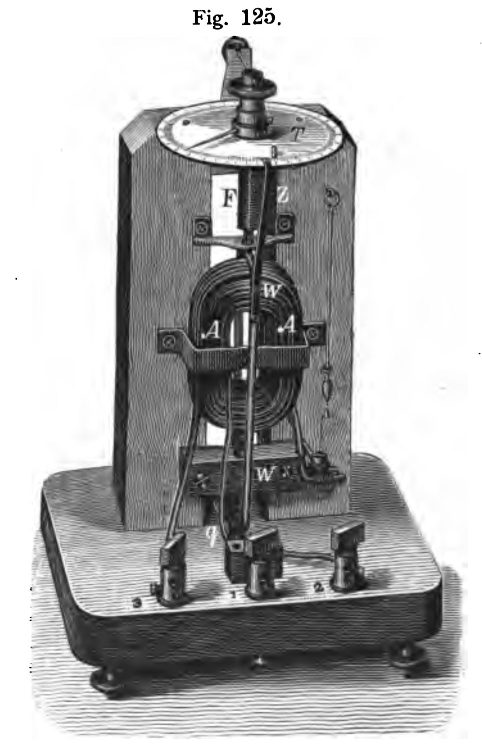
546. Elektrodynamische Wirkungen des elektrischen Stromes werden der Construction der »Elektrodynamo-

Fig. 124.



Galvanometer von Ayrton und Perry.

Fig. 125.



Dynamometer von Siemens.

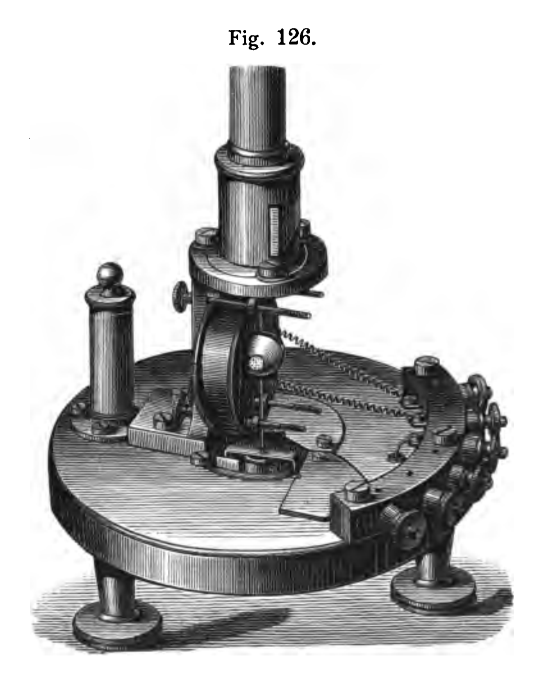
meter« zu Grunde gelegt. Wenn nämlich ein Strom durch eine feste und eine bewegliche Rolle, hintereinander geschaltet, fliesst, so übt er eine bewegende Kraft aus, welche dem Quadrate seiner Stärke proportional ist. Aus der Ablenkung der beweglichen Rolle schliesst man auf das Quadrat der Stromstärke. Da die Wirkung von dem Quadrat abhängt, so ändert sie sich nicht, wenn der Strom zu gleicher Zeit in beiden Rollen umgekehrt wird. Die Elektrodynamometer eignen sich daher auch dazu, die Stärke von Wechselströmen zu messen, die man mit Voltametern und Galvanometern nicht messen kann. Die Idee dazu stammt von Weber und wurde weiter entwickelt von Kohlrausch

547. In dem Elektrodynamometer für starke Ströme, das in Fig. 125 abgebildet ist, besteht die bewegliche Rolle nur aus einem einzigen kupfernen Bügel, welcher mit Spitzen in Quecksilbernäpfchen taucht. Als feste Rollen sind in dem Instrumente für verschiedene Stromstärken zwei verschiedene Rollen angebracht. Eine aus sehr dickem Drahte mit wenig Windungen für sehr starke Ströme, und eine aus dünnem Drahte mit mehr Windungen. Der dicke Draht ist mit der Klemmschraube 3, der dünne mit 2 in Verbindung, während von 1 der Strom zu der beweglichen Rolle führt. Die bewegliche Rolle ist an einem Seidenfaden aufgehängt und an eine Torsionsfeder befestigt, die durch den auf der getheilten Platte oben befindlichen Knopf mit Zeiger gedreht werden kann. Die Ablenkung der beweglichen Rolle wird durch Torsion der Feder aufgehoben, so dass die bewegliche Rolle immer wieder auf den Theilstrich Null der Scala einspielt. Die Ablenkungswinkel des Zeigers sind dann proportional dem Quadrate der Stromstärke. Die Proportionalitätsconstante, den Reductionsfactor des Instrumentes, findet man durch gleichzeitige Einschaltung des Dynamometers und eines Voltameters in einen Stromkreis.

548. Das Elektrodynamometer für schwache Ströme (Fig. 126) ist nach Frölich construirt. Die bewegliche Rolle besteht hierbei aus einer Anzahl von Windungen, welche in die Form einer Kugel gebracht sind. Ebenso ist auch der Hohlraum der festen Rolle, in welchem

die bewegliche sich drehen kann, kugelförmig. Dadurch ist erreicht, dass die beiden Rollen möglichst nahe aneinander sich befinden und daher die Wirkung sehr verstärkt wird. Die bewegliche Rolle ist an einem feinen Platindraht aufgehängt, durch den zugleich die Stromzuleitung bewirkt wird. Die Ableitung geschieht durch eine dünne Spiralfeder. Die Dämpfung

Fig. 126.



Elektrodynamometer von O. Frölich.

der Schwingungen wird dadurch hervorgebracht, dass zwei passend geformte Flügel, an der beweglichen Rolle befestigt, in Wasser tauchen. Der Widerstand des Wassers bringt die Rolle bald zur Ruhe. Auf der Achse der beweglichen Rolle befindet sich ein Spiegel, um die Ablesung mit Fernrohr und Scala zu ermöglichen. Die Ablenkungen sind proportional dem Quadrate der Stromstärke. Um die Empfindlichkeit der Apparate zu vergrössern, kann man in die bewegliche Kugel einen

Eisenkern einschieben. Dadurch wird die ablenkende Kraft grösser, aber es geht die genaue Proportionalität mit dem Quadrate der Stromstärke verloren. Das Instrument wird gewöhnlich so ausgeführt, dass die innere Rolle, wie jede der beiden äusseren 100 Siemens Widerstand haben. Dann ist der Apparat so empfindlich, dass er bei dem Strom eines Daniells in 20.000 Siemens einen Ausschlag gibt, der in 2 m Entfernung der Scala vom Spiegel 1 mm beträgt.

549. Ist irgend eine Stromstärke in einem bestimmten Maasse ermittelt, so ist die Reduction desselben auf anderes Maass nach einer, von Kohlrausch gegebenen Tabelle ermöglicht. (Tabelle XI.)

Messung der Capacität.

550. Bei allen technischen Messungen der Capacität von Kabeln oder Condensatoren kommt es wesentlich auf eine Vergleichung mit Condensatoren von bekannter Capacität an. Diese Aufgabe wird auf ganz ähnliche Weise gelöst, wie die der Vergleichung von Widerständen. Als Vergleichscondensator benützt man einen Blättercondensator, der aus einer Reihe Blätter von dünnem Papier besteht, die mit Paraffin getränkt und dann auf beiden Seiten mit Stanniol belegt sind. Diese werden dann übereinander gelegt und die oberen Stanniolplatten alle unter sich verbunden, und ebenso die unteren. Dadurch erhält man einen Condensator von grosser Oberfläche und sehr geringem Zwischenraume, also von grosser Capacität. Um die Capacität eines Kabels mit der eines solchen Condensators zu vergleichen, ladet man den Condensator eine bestimmte Zeit hindurch, z. B. eine Minute, mit der Elektricität, die von einer constanten Säule herrührt. Dann trennt man den Condensator von der Batterie und lässt den Entladungsstrom durch ein Galvanometer gehen. Die Nadel bekommt dadurch einen Stoss, und die Kraft, die einen solchen Stoss erzeugt, ist proportional dem Sinus des halben Ausschlagswinkels.

Dann bringt man an Stelle des Normalcondensators das zu untersuchende Kabel, lässt dann ebenso lange laden und dann ebenfalls durch das Galvanometer entladen. Die in gleichen

Zeiten von derselben Quelle aufgenommenen Ladungen verhalten sich wie die Capacitäten, und es ist daher, wenn diese mit C und C^1, die Ausschlagswinkel im Galvanometer mit α und β bezeichnet werden:

$$C : C^1 = \sin {}^1/_2\, \alpha : \sin {}^1/_2\, \beta.$$

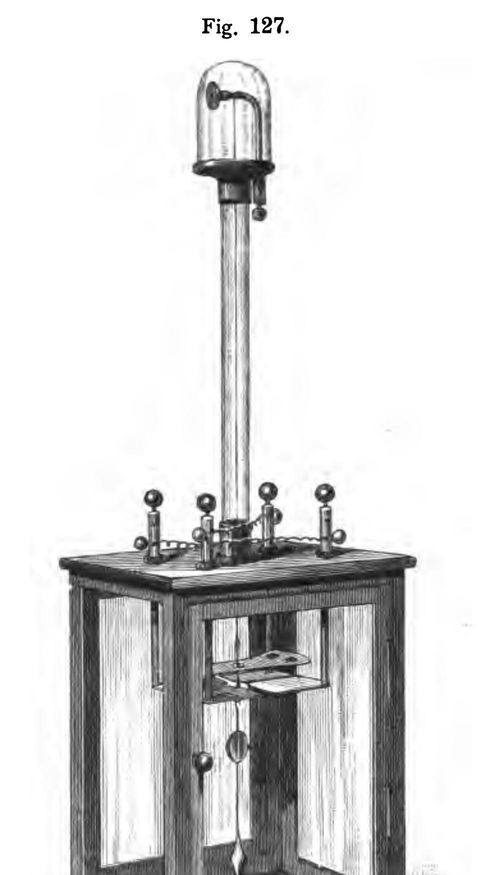
Messung der Elektricitätsmengen.

551. Elektricitätsmengen zu messen ist eine Aufgabe, die in der Elektrotechnik selten vorkommt. Es dienen dazu Elektrometer, welche übrigens schon zur Messung sehr geringer Elektricitätsmengen geeignet sind.

Das Quadranten-Elektrometer, von dem eine praktische Form in Fig. 127 abgebildet ist (von Stöhrer herrührend, von Thomson, Branley und v. Lang verbessert), besteht aus einer leichten Aluminiumnadel in Form einer Lemniskate, die an einem Metallfaden aufgehängt ist, einen Spiegel zur Fernrohrablesung trägt, und mit der Verlängerung ihrer Achse in ein Gefäss mit Schwefelsäure taucht. Durch die Schwefelsäure, die zugleich zur Dämpfung der Schwingungen benützt wird, oder durch den Metallfaden, wird die Nadel in elektrische Verbindung mit einer Quelle von hohem Potential gesetzt (Zamboni'sche Säule). Die Nadel hängt über einer Metallplatte, die in vier Quadranten geschnitten ist. Je zwei gegenüberliegende Quadranten sind mit einander verbunden. Bei der Messung wird das eine Paar zur Erde abgeleitet, das andere Paar mit der zu untersuchenden Elektricitätsquelle in Verbindung gebracht. Dann bekommt dieses Paar dasselbe Potential, wie der zu untersuchende Körper, die Nadel mit ihrem Spiegel bewegt sich und der Ausschlag ist direct ein Maass für das Potential. Deswegen lässt sich das Elektrometer direct dazu benützen, die Potential-Differenz an den Polen einer ungeschlossenen Säule, also die elektromotorische Kraft derselben, zu bestimmen. Aus dem Potential v eines Körpers in Verbindung mit seiner Capacität C findet man dann seine Elektricitätsmenge e, nach der Formel

$$e\,E = C\,v.$$

Fig. 127.



Quadranten-Elektrometer.

Um die in Accumulatoren angehäufte Elektricitätsmenge zu finden, braucht man nur die Intensität des ladenden Stromes und seine Dauer zu kennen. Fliesst ein Strom von der Inten-

sität i während der Zeit t, so ist die Elektricitätsmenge, die er mit sich führt $e = it$. Ist i in Ampères ausgedrückt, so ergibt sich daraus e in Volts. Ebenso findet man die abgegebene Elektricitätsmenge durch Messung der Intensität und Dauer des Entladungsstromes.

Messung der elektrischen Arbeit.

552. Der elektrische Effect in einem vollständigen Stromkreise von der Intensität J in Ampères, und der elektromotorischen Kraft E in Volts, ist gleich

$$EJ\,(\text{Volt-Ampères}) = \frac{EJ}{736}\,HP.$$

In einem Stück des Stromes, an dessen Enden die Potential-Differenz e herrscht, ist der Effect

$$eJ\,(\text{Volt-Ampères}) = \frac{eJ}{736}\,HP.$$

Diesen Effect in einem beliebigen Stücke des Stromkreises, z. B. in einer Lampe, direct zu messen, ist die Aufgabe des elektrischen Kraftmessers von Ayrton und Perry. Derselbe ist ein Elektrodynamometer, jedoch so eingerichtet, dass nicht derselbe Strom durch die feste und bewegliche Rolle geht, sondern dass vielmehr die bewegliche Rolle nur von einem Zweigstrom durchflossen wird. Die feste Rolle wird in den Hauptstromkreis eingeschaltet. Die bewegliche Rolle, deren Enden mit den Enden des Leiterstückes verbunden werden, dessen Effect man messen will, hat einen constanten, bestimmten Widerstand (von 400 Siemens). Ist J die Stärke des Hauptstromes, J^1 die des Zweigstromes und e die Potential-Differenz, so ist die Ablenkung des Dynamometers proportional JJ^1, oder da J^1 proportional e ist, so ist die Angabe factisch proportional Je und man braucht das Instrument jetzt nur auf Volt-Ampères oder Pferdestärken zu aichen, um sofort den elektrischen Effect ablesen zu können.

X.

Die historische Entwickelung.

Vor Christi Geburt.

610. Thales erklärt die magnetische Kraft als eine Thätigkeit der dem Steine innewohnenden Seele.

481. Nach Aristoteles signalisiren die Perser durch Feuerzeichen auf weite Entfernungen.

431—404. Während des peloponnesischen Krieges wird eine systematische Nachrichten-Uebermittelung durch Fackelsignale organisirt.

340. Aeneas, ein Grieche, signalisirt durch communicirende Wassergefässe von gleichem Durchmesser, gleichen Höhen und gleichen Ausflussröhren.

340—270. Epikur erklärt die magnetische Anziehung als eine Folge unzähliger, unsichtbarer Häkchen an der Oberfläche der Körper.

Nach Christi Geburt.

1436. Andrea Bianco beobachtet die magnetische Declination.

1492. Columbus unterscheidet bereits östliche und westliche Declination.

1544. Hartmann präcisirt den Satz von der Anziehung und Abstossung der magnetischen Pole. Gleichzeitig beobachtet er die Inclination.

1580. Auch Norman beobachtet die Inclination und schreibt darüber.

1590. Zacharias Johannides (auch Jansen genannt) baut das erste Fernrohr und das erste Mikroskop.

1590. Der Chirurg Julius Cäsar in Rimini beobachtet, dass Eisen durch Einfluss des Erdmagnetismus magnetisch wird.

1600. Gilbert William präcisirt die heute noch giltigen Anschauungen über den Magnetismus.

1600. Derselbe beobachtet die elektrischen Erscheinungen an Harz, Schwefel und Glas. Er verlässt das Gebiet der reinen Speculation und beginnt zu experimentiren.
1624. Baco de Verulam entdeckt das Gesetz von der Fortpflanzung des Schalles.
1645. Descartes gibt eine Erklärung der magnetischen Erscheinungen.
1670. Sir Samuel Morland construirt ein Sprachrohr.
1672. Otto von Guericke construirt die erste Reibungs-Elektrisirmaschine mit einer Schwefelkugel.
1675. Olof Römer misst die Geschwindigkeit des Lichtes.
1708. Wall und
1709 Hawksbee untersuchen und präcisiren die Wirkungen der elektrischen Entladung.
1720. Stefan Gray unterscheidet die Leiter und Nichtleiter; und untersucht die Leitungsfähigkeit vieler Körper, besonders der Metalle.
1735. Dufay stellt den Satz von der Anziehung ungleichnamiger und Abstossung gleichnamiger elektrischer Kräfte auf. Er unterscheidet Glas- und Harz-Elektricität, wofür später Lichtenberg + Elektricität und — Elektricität setzt.
1740. Celsius und auch Anders beobachten die Schwankungen der magnetischen Declination.
1744. Ludolf entzündet durch Elektricität brennbare Gase, und zerlegt zusammegesetzte Luftarten.
1745. Von Kleist construirt die »Kleist'sche Flasche«, Cuneus in Leyden macht dieselbe Erfindung, darum heisst sie auch »Leydnerflasche«.
1746. Winkler in Leipzig entladet Leydnerflaschen durch Einschaltung der Pleisse.
1747. Franklin baut die »Franklin'sche Tafel«.
1747. Watson, Graham und Cavendish leiten die Elektricität mittelst langer Drähte auf grössere Entfernungen.
1751. Watson untersucht die Dauer und Schlagweite der elektrischen Funken.
1752. Franklin macht das Experiment mit den Drachen.
1753. Franklin erfindet den Blitzableiter.

1753. Professor Richmann in Petersburg wird am 6. August bei einem Experimente vom Blitze erschlagen.
1753. Ein unbekannter Engländer proponirt die Reibungselektricität zum Signalisiren zu verwenden.
1755. Planta construirt eine Reibungs-Elektrisirmaschine mit Glasscheibe.
1756. Entdeckung der elektrischen Vertheilung (Influenz).
1756. Aepinus entdeckt die Pyroelektricität.
1759. Franklin, ebenso auch Symmer zertrümmern durch elektrische Entladungsfunken Glasplatten und andere isolirende Körper.
1762. Wilke construirt das Elektrophor.
1774. Lesage in Genf construirt einen Telegraphen mit 24 Drähten (Buchstaben) und Reibungselektricität.
1775. Volta construirt ebenfalls einen Elektrophor.
1776. Lane proponirt die elektrische Maassflasche.
1777. Volta macht dieselben Experimente wie Ludolf im Jahre 1744.
1778. Brugmans constatirt, dass Wismuth das beste Diamagneticum ist.
1779. Henley construirt den Auslader für elektrische Zustände.
1782. Sulzer beobachtet elektrische Erscheinungen bei Berührung heterogener Metalle, kann sie aber nicht erklären.
1783. Volta erfindet den Condensator der Elektricität.
1784. Coulomb construirt die Drehwage.
1784. Coulomb findet, dass die magnetischen Anziehungs- und Abstossungskräfte $= \frac{m\,m_1}{r^2}$ (m = Menge des Magnetismus, r = Entfernung).
1786. Coulomb constatirt, dass sich die freie Elektricität nur auf der Oberfläche, nicht im Innern der Körper ansammelt.
1786. Sowohl Bonelli, als auch Volta construiren das Elektroskop.
1787. Lomond construirt einen Telegraphen und benützt die Divergenz zweier Hollundermarkkügelchen.
1788. Volta erfindet das Elektrometer.

1789. Coulomb beobachtet das Zusammenfallen der magnetischen und der geometrischen Achse regelmässiger polarmagnetischer Körper.
1789. Deimann und Paets van Troostwyk zerlegen mittelst Elektricität Wasser in H_2 und O.
1790. Galvany beobachtet das Zucken der Froschschenkel, und dies gibt Veranlassung zur Entdeckung der sogenannten galvanischen Elektricität.
1791. Claude Chappe erfindet den optisch-mechanischen Telegraphen.
1792. Volta stellt den Satz auf, dass das Zucken der Froschschenkel eine elektrische Erscheinung sei, und die Elektricität durch das Berühren heterogener Metalle erregt werde.
1794. Vollendung der ersten Telegraphenlinie zwischen Paris und Lille mit 22 Stationen nach C. Chappe's System.
1794. Reiser benutzt eine Art Blitzscheiben mit Buchstaben, um zu telegraphiren. Für jeden Buchstaben ist eine Tafel und ein eigener Leitungsdraht nöthig.
1795. Cavallo entzündet mit Elektricität Pulver, Phosphor, Aether etc. und will auf diese Weise, wenn auch nicht telegraphiren, so doch signalisiren.
1796. Auch Salva in Madrid verfertigt das Modell eines elektrischen Telegraphen. Details nicht weiter bekannt geworden.
1800. Volta construirt die nach ihm benannte »Säule«.
1800. Carlisle und Nicholson zersetzen Wasser mittelst des elektrischen Stromes.
1801. Auch Hauy beobachtet die pyroelektrischen Erscheinungen.
1802. Die k. k. Majore Hellwig und Tichavsky stellen im Vereine mit dem Hauptmanne Leyteny die erste Zinkkohlenbatterie im Wiener Arsenal zusammen.
1802. H. Davy beobachtet, dass gleichartige Metalle, in verschiedene Flüssigkeiten oder Gasarten getaucht, gegeneinander elektromotorisch wirken.
1802. Gautherot und auch Ritter finden den dem erzeugenden elektrischen Strom entgegenarbeitenden Ladungsstrom.

1803. Basse leitet grosse Versuche ein, um die Fortleitung der Elektricität durch das Erdreich und durch das Wasser nachzuweisen.
1805. Grotthuss erklärt, warum sich die galvanischen Zersetzungsproducte nur an den Elektroden ausscheiden.
1807. Davy veröffentlicht die Resultate seiner elektrolytischen Forschungen.
1808. Sömmering baut in München den ersten Telegraphen und benützt hiezu die elektrische Wasserzersetzung.
1812. Zamboni baut die nach ihm benannte trockene Säule.
1813. Davy beobachtet den elektrischen Lichtbogen.
1815. Goldblatt-Elektroskop und Condensator werden zum Bohnenberger'schen oder auch Fechner'schen Elektroskop combinirt.
1815. Frauenhofer unterscheidet das Spectrum der leuchtenden Luftarten von jenem der glühend gewordenen Elektrodendämpfe.
1816. Ronalds construirt den ersten Telegraphen mit einem einzigen Leitungsdraht, in Verbindung mit einer Secundenuhr.
1819. Berzelius veröffentlicht die elektrochemische Theorie.
1819. C. Hausteen vergleicht die magnetischen Elemente eines Ortes (Intensität, Declination und Inclination) mit der geographischen Höhe, Länge und Breite.
1820. Oerstedt entdeckt die Ablenkung der Magnetnadel durch den elektrischen Strom.
1820. Arago beschäftigt sich mit dieser Entdeckung theoretisch.
1820. Ampère beobachtet die elektrodynamischen Erscheinungen, und findet die bezüglichen Gesetze.
1820. Schweigger construirt die elektromagnetische Schleife zum Oerstedt'schen Versuch,
1821 Poggendorf baut damit den Multiplicator.
1821. Faraday findet, dass eine unipolare magnetische Einwirkung auf einen Stromleiter Rotationen erzeugt.
1821. Seebeck entdeckt die Thermoelektricität.
1822. Poulliet baut die erste Tangentenboussole.
1825. Arago entdeckt den Rotations-Magnetismus, und er beobachtet auch, dass eine über einen guten Leiter

schwingende Magnetnadel in diesem elektrische Ströme inducirt, wodurch sie schneller zur Ruhe kommt.

1825. Sturgeon construirt Elektromagnete.

1825. Barlow definirt die Stromstärke als Elektricitätsmenge, die in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt strömt.

1826. Ohm publicirt das sogenannte Ohm'sche Gesetz.

1826. Poggendorf führt die Spiegelablesung bei Galvanometern ein.

1829. Fechner proponirt die Herstellung eines elektromagnetischen Telegraphen (Ablenkung der Magnetnadel).

1831. Faraday entdeckt die Magneto-Induction elektrischer Ströme.

1831. Nobili und Melloni erfinden den Thermomultiplicator.

1831. Fechner definirt die Stromstärke wie Barlow.

1832. Gauss construirt das Magnetometer.

1832. Pixii baut seine magnetelektrische Maschine.

1833. Gauss und Weber bauen den ersten elektromagnetischen Telegraphen in Göttingen.

1833. Zwischen Berlin und Trier wird ein optisch-mechanischer Telegraph errichtet.

1833. Capitän Ross findet den magnetischen Nordpol unter 70^0 5′ 17″ n. B. und 280^0 54′ 42″ ö. L.

1833. Hare sprengt mittelst galvanischer Zündung Felsen.

1834. Wheatstone bestimmt experimentell die Geschwindigkeit elektrischer Entladungen.

1834. Faraday bestätigt und erweitert die elektrochemische Theorie und die elektrolytischen Gesetze.

1834. Peltier constatirt die Temperaturdifferenzen, wenn man durch eine thermoelektrische Kette einen elektrischen Strom sendet.

1835. Roget construirt die stromunterbrechende Spirale.

1835. Jenkin untersucht die Wirkungen des Extracurrents.

1836. Daniell construirt das Zink-Kupfer-Element mit Thondiaphragma und zwei Flüssigkeiten.

1836. W. Weber benützt zur Messung der magnetischen Intensität den schwingenden Declinationsstab.

1836. G. Rose unterscheidet zwischen analogen und antilogen Polen bei pyroelektrischen Körpern.

1836. Saxton baut ebenfalls eine magnetelektrische Maschine.
1837. Gauss construirt das Bifilar-Magnetometer.
1837. Vail erfindet einen Typendruck-Apparat.
1837. Steinheil erfindet eine Art elektromagnetischen Telegraphen (Nadel-Telegraph).
1837. Morse ist mit der Construction seines elektromagnetischen Druck-Telegraphen fertig, und beginnt dessen Verwerthung in der Praxis anzubahnen.
1837. Poulliet construirt die Sinusboussole und entwickelt die Theorien derselben und der Tangentenboussole.
1838. Faraday entdeckt die Induction elektrischer Ströme durch elektrische Ströme. (Volta-Induction.)
1838. Jacobi macht die ersten galvanoplastischen Arbeiten.
1838. P. Riess construirt das Elektrothermometer.
1838. Faraday untersucht die Abhängigkeit des elektrischen Funkens von der Substanz der Leiter und der dazwischen liegenden Luft.
1838. Fechner unterscheidet Leiter I. und II. Ordnung.
1838. Lenz und Jacobi erklären die magnetisirende Kraft der Spirale als das Product der Windungszahl in die Stromstärke.
1838. Steinheil benützt zum ersten Mal die Erde als Rückleitung des elektrischen Stromes bei der Telegraphenlinie der Nürnberg-Fürther Eisenbahn.
1839. Neef construirt den automatischen Stromunterbrecher.
1839. Grove construirt sein Element:

$$Pt \; |HNO_3 \, aq \, | H_2 SO_4 \, aq | \; Zn.$$

1840. De la Rive vergoldet auf galvanischem Wege.
1840. Wheatstone construirt seinen elektromagnetischen Zeigertelegraphen und das elektromagnetische Chronoskop.
1840. Armstrong erfindet die Dampf-Elektrisirmaschine.
1840. Hawkins construirt ein Element:

$$Zn \; |H_2 SO_4 \, aq| \left| \begin{matrix} H_2 SO_4 \, aq \\ \text{und} \\ HNO_3 \, aq \end{matrix} \right| \; fe.$$

1841. Böttger in Frankfurt vervielfältigt auf galvanoplastischem Wege eine gestochene Kupferplatte.

1841. Bunsen construirt seine Zinkkohlen-Batterie.
1841. Wheatstone erfindet ebenfalls einen Typendruck-Telegraphen.
1842. Jacobi construirt und versendet seine aus Kupferdraht hergestellte Einheit des Leitungswiderstandes.
1843. Auf der Rheinischen Eisenbahn bei Aachen wird die erste Telegraphenlinie gebaut. (Vier Drähte. System Wheatstone.)
1843. Joule findet die Umwandlung der Elektricität in Wärme in Leitern und homogenen Metallmassen.
1844. Morse eröffnet am 27. Mai die nach seinem System gebaute Telegraphenlinie zwischen Washington und Baltimore.
1844. Lenz findet, dass die im Stromleiter frei werdende Wärme proportional ist dem Quadrate der Stromstärke in dem Leitungswiderstande.
1844. Marrian beobachtet ein eigenthümliches Tönen beim Magnetisiren des Eisens durch eine Spirale.
1845. Faraday entdeckt den Diamagnetismus.
1845. Fardely aus Mannheim baut auf der Taunus-Eisenbahn den ersten Telegraphen mit nur einem Telegraphendraht.
1845. Sinsteden beobachtet die Spannungs-Erscheinung an den Enden der Inductionsrollen.
1845. Faraday zeigt experimentell, dass einfach brechende Körper durch den Einfluss des Magnetismus doppelbrechend werden.
1847. Bakewell construirt einen Copir-Telegraphen.
1848. Siemens und Halske bauen nach den vom bayerischen Ministerium aufgestellten Bedingungen ihren so vortrefflichen Zeigertelegraphen mit Magnetinductor.
1848. Baucalari zeigt die diamagnetischen Eigenschaften der Flammen.
1848. W. Weber constatirt eine charakteristische Polarität diamagnetischer Körper; sie kehren nämlich magnetischen Körpern die gleichnamigen Pole zu.
1848. Wertheim macht dieselbe Beobachtung wie Marrian (1844) wegen des Tönens bei der Magnetisirung des Eisens.

1848. Joule präcisirt in schärferer Weise das von Lenz (1844) aufgestellte Gesetz von der Wärme im Stromkreise.

1849. Kirchhoff stellt seine zwei Sätze bezüglich der Stromverzweigung auf.

1850. Vollendung der ersten submarinen Telegraphenanlage (Dover-Calais).

1850. J. Müller veröffentlicht seine Untersuchungen über das Maximum der Magnetisirung.

1852. Wiedemann: Bei derselben Flüssigkeit wächst in der Galvanoplastik mit dem Leitungswiderstande auch die überführte Menge und ist der Stromstärke proportional.

1853. In London wird der erste Versuch gemacht, elektrisches Licht praktisch zu verwerthen.

1853. Am Rathhause in Brüssel wird die erste elektromagnetische Uhr angebracht.

1853. Wiedemann und Franz zeigen, dass die Metalle für Wärme und Elektricität die gleiche Leitungsfähigkeit haben.

1853. Du Moncel untersucht die elektrische Aureole im luftverdünnten Raume.

1853. Dr. Gintl macht den ersten Versuch des gleichzeitigen Gegensprechens auf ein und demselben Telegraphendrahte, und construirt einen chemischen Schreibtelegraphen.

1854. Gassiot und Geissler construiren Glasröhren zur Untersuchung des geschichteten Lichtes (Geissler'sche Röhren).

1856. Prof. D. E. Hughes ist mit der Construction seines Typendruckapparates fertig, und erprobt denselben auf der Linie New-York-Boston.

1857. Bunsen: Die Leuchtkraft eines glühenden Körpers hängt von der specifischen Wärme der diesen umgebenden Gase ab.

1857. Ettingshausen, Petrina, Stöhrer und Siemens bauen magnetelektrische Maschinen.

1858. De la Rive constatirt den Einfluss des Magnetismus auf die Aureole in Geissler'schen Röhren.

1859. Meidinger verändert das Daniell-Element durch Weglassung der porösen Scheidewand.

1860. Reis erfindet das Telephon.
1860. Pacinotti construirt den ersten Ringinductor.
1862. Caselli construirt den Pantelegraphen.
1865. Holtz und auch Töpler construiren die Influenz-Maschine.
1866. Dr. Werner Siemens entdeckt das elektrodynamische Princip. Gleichzeitig entdeckt dasselbe Wheatstone.
1871. Z. Theophil Gramme construirt die erste brauchbare elektrodynamische Maschine, welche continuirliche gleichgerichtete Ströme liefert, und gehört daher mit Faraday und Dr. Werner Siemens unter die Begründer der modernen Elektrotechnik. Mit der Erfindung der Elektrodynamo-Maschinen muss hier geschlossen werden. Dieselbe wurde bei der Weltausstellung
1873 in Wien zum ersten Male weiteren Kreisen gezeigt, und damit das Erfindungsgenie mächtig angespornt und zu den kühnsten Hoffnungen gespannt. Von hier an überstürzen sich wirkliche und angebliche Erfindungen und Entdeckungen. Der Alles auf das richtige Maass zurückführenden Zeit muss es überlassen bleiben, Spreu von Weizen zu sondern. Vorläufig sei als wichtig nur noch herausgehoben:
1876. Graham Bell erfindet das magnetelektrische Telephon.
1878. D. E. Hughes erfindet das Mikrophon.
1880. Edison construirt eine praktisch verwendbare Glühlichtlampe.
1881. I. Internationale Elektricitäts-Ausstellung in Paris.
1881. Internationaler Congress der Elektriker in Paris.
1882. Internationale elektrische Ausstellung in München.
1883. Internationale elektrische Ausstellung in Wien.

Tabelle I.

Atomgewichte.

Aluminium . .	*Al*	27·3	Mangan . . .	*Mn*	55·0
Barium	*Ba*	137·2	Natrium . . .	*Na*	23·04
Blei	*Pb*	206·9	Phosphor . . .	*P*	31·0
Brom	*Br*	79·95	Platin	*Pt*	197·5
Calcium . . .	*Ca*	40·00	Quecksilber . .	*Hg*	200·0
Chlor	*Cl*	35·46	Sauerstoff . . .	*O*	16·9
Chrom	*Cr*	52·4	Schwefel . . .	*S*	32·07
Eisen	*Fe*	56·0	Silber	*Ag*	107·93
Gold	*Au*	197·0	Silicium . . .	*Si*	28·0
Jod	*J*	126·8	Stickstoff . . .	*N*	14·04
Kalium	*K*	39·13	Strontium . . .	*Sr*	87·5
Kohle	*C*	12·0	Wasserstoff . .	*H*	1·0
Kupfer	*Cu*	63·4	Zink	*Zn*	65·0
Lithium . . .	*Li*	7·02	Zinn	*Sn*	118·0
Magnesium . .	*Mg*	24·00			

Tabelle II.

Specifische Gewichte.

a) Feste Körper.

Anthracit	1·5 —1·7	Fette	0·92— 0·94
Antimon	6·65—6·72	Glas, Fenster- . . .	2·64
Asphalt	1·07—1·16	» Spiegel- . . .	2·46
Basalt	2·9 —3·2	» Krystall- . . .	2·89
Bausteine, im Mittel	2·5	» Flint-	3·20— 3·78
Blei	11·37	Glockenmetall . . .	8·81
Braunkohle	1·2 —1·5	Gold, gediegen . .	18·6 —19·1
Butter	0·94	» gegossen . .	19·25
Cement	2·72—3·05	» gehämmert . .	19·3
Coaks	1·4	Granit	2·50— 3·05
Diamant	3·5	Graphit	1·8 — 2·24
Eis	0·92	Holz, Laub-, trocken,	
Eisen, geschmiedet .	7·6 —7·79	im Mittel .	0·66
» gegossen . .	7·0 —7·5	» » m.Wass.gesätt.	1·11
» in Draht . .	7·6 —7·75	» Nadel-,trock.,i.Mitt.	0·45
Erde	1·36—2·4	» » m.Wass.gesätt.	0·84

Holzarten:	lufttr.	frisch	Holzarten:	lufttr.	frisch
Ahorn	0·65—0·69	0·84	Buche, Roth- .	0·75	0·98
Apfelbaum . .	0·67—0·79		» Weiss- .	0·75	1·04
Birke	0·74	0·90	Buchsbaum . .	0·97	1·03
Birnbaum . . .	0·65—0·73		Ceder	0·57	

	lufttr.	frisch.		
Holzarten:			Lehm	1·52— 2·85
Ebenholz,			Mauerwerk,	
schwarz . . .	1·19		Bruchstein	2·40— 2·46
Eiche	0·62—0·85	0·97	» Sandstein	2·05— 2·12
Erle	0·55	0·90	» Ziegelstein	1·47— 1·70
Esche	0·64	0·85	Messing, gegossen	8·40— 8·71
Fichte	0·47	0·92	» gewalzt .	8·52— 8·62
Kiefer	0·55	0·91	» gezogen .	8·43— 8·73
Kirschbaum . .	0·58—0·72	0·93	Nickel	8·97— 9·26
Kork	0·24		Platin	21·3
Lärche	0·52	0·81	Sand, fein u. trock.	1·40— 1·64
Linde	0·56	0·82	» » » feucht	1·90— 2·05
Mahagoni . . .	0·56—1·06		» grob . . .	1·37— 1·49
Nussbaum . .	0·66	0·88	Sandstein . . .	1·90— 2·70
Pappel	0·36	0·78	Schiefer	2·64— 2·67
Pflaumenbaum .	0·79		Schwefel . . .	1·96— 2·05
Pockholz (Guajak)	1·33		Selen	4·31
Rosskastanie .	0·58		Silber, gegossen .	10·10—10·47
Steineiche . .	0·71—1·07		» gehämmert	10·51—10·62
Tanne	0·56	0·89	Stahl, Cement .	7·26— 7·80
Ulme	0·58	0·99	» gefrischt .	7·50— 7·81
Weide	0·49—0·58	0·99	» Guss- . .	7·83— 7·92
Holzkohle, von			Steinkohlen . .	1·21— 1·51
Nadelholz .	0·28 0·44		» Cannel	1·42
» v. Eichenholz	0·57		Steinsalz	2·22— 2·3
Kalk, gebrannter	2·3 —3·18		Thon	1·80— 2·63
Kalkmörtel . .	1·64—1·86		Wismuth . . .	9·78
Kalkstein . . .	2·46—2·84		Wolfram . . .	7·60
Kautschuk . . .	0·93		Ziegelstein, gemeiner	1·40— 2·20
Kochsalz . . .	2·1 —2·2		» Klinker	1·52— 2·29
Kupfer, gegossen	8·59—8·90		Zink, gegossen .	6·86
» gehämmert			» gewalzt .	7·19— 7·21
od. in Draht	8·78—8·00		Zinn	7·29

b) Tropfbare Flüssigkeiten.

Aether, bei 20° C. .	0·716	Oele: Rüböl b. 15° C.	0·913
Alkohol, absol. b. 20° C.	0·792	Steinöl . . » 24° »	0·798
Bier	1·023—1·034	Terpentinöl » 25° »	0·887
Glycerin (wasserfrei)	1·26	Quecksilber bei 0° C.	13·596
Kochsalzlauge, bei 18° C. ges. . . .	1·208	Säuren: Salpts. b. 12° C.	1·522
Milch	1·02 —1·04	Salzsäure bei 15° C.	1·192
Oele: Baumöl, b. 12° C.	0·919	Schwefelsäure, engl.	1·843
Leinöl . . » 12° »	0·940	» Nordhäus.	1·90
Olivenöl . » 15° »	0·918	Seewasser	1·02 — 1·04
		Wein, Rhein- . . .	0·992— 1·002

c) Gas- und dampfförmige Flüssigkeiten.

Bei 0° Temperatur und unter 0·760 Meter Druck.
Die Dichte der Luft, welche in Hinsicht auf Wasser = 0·001294 (= 1/773) ist, gleich Eins gesetzt.

Atmosphärische Luft .	1·0000	Quecksilberdampf . .	6·91–6·97
Alkoholdampf	1·6010	Sauerstoff	1·1056
Chlorwasserstoff . . .	1·2612	Schwefelwasserstoff .	1·1749
Kohlenoxyd	0·9674	Stickstoff	0·9714
Kohlensäure	1·5291	Steinkohlengas . . .	0·4—0·6
Kohlenwasserstoff ölbld.	0·9740	Wasserdampf bei 100°	0·624
» Grubengas	0·5590	Wasserstoff	0·06927

Tabelle III.

Vergleichung der Thermometer-Scalen.

Celsius	Réaumur	Fahrenheit	Celsius	Réaumur	Fahrenheit
— 20	— 16	— 4	+ 50	+ 40	+ 122
— 10	— 8	+ 14	+ 60	+ 48	+ 140
0	0	+ 32	+ 70	+ 56	+ 158
+ 10	+ 8	+ 50	+ 80	+ 64	+ 176
+ 20	+ 16	+ 68	+ 90	+ 72	+ 194
+ 30	+ 24	+ 86	+ 100	+ 80	+ 212
+ 40	+ 32	+ 104			

Formeln

zur Verwandlung der Grade von Réaumur in Celsius u. Fahrenheit und umgekehrt.

n = Anzahl der Wärmegrade.

$$n^0 \text{ R.} = \frac{5}{4} n^0 \text{ C.} = \left(\frac{9}{4} n + 32\right)^0 \text{ F.}$$

$$n^0 \text{ C.} = \frac{4}{5} n^0 \text{ R.} = \left(\frac{9}{5} n + 32\right)^0 \text{ F.}$$

$$n^0 \text{ F.} = \frac{4}{9} (n - 32)^0 \text{ R.} = \frac{5}{9} (n - 32)^0 \text{ C.}$$

Tabelle IV.

Elektrochemische Aequivalent-Zahlen.

Körper	Verhält.-Zahl	Elektro-chem. Aequiv.	Körper	Verhält.-Zahl	Elektro-chem. Aequiv.	Körper	Verhält.-Zahl	Elektro-chem. Aequiv.
Aluminium	3	0·000937	Fluor . .	1	0·001942	Phosphor	3	0·001056
Antimon .	3	0·004156	Gold . .	3	0·006711	Platin . .	4	0·005034
Arsen . .	3	0·002555	Jod . . .	1	0·012979	Quecksilb.	2	0·010222
Baryum .	2	0·007001	Kalium .	1	0·003986	Sauerstoff	2	0·000817
Blei . .	2	0·010578	Kobalt .	2	0·003005	Schwefel .	2	0·001635
Bor . . .	3	0·000375	Kohlenstff.	4	0·003070	Silber . .	1	0·011038
Brom . .	1	0.008176	Kupfer .	2	0·003245	Silicium .	4	0·000715
Calcium .	2	0·002040	Magnesium	2	0·001226	Stickstoff .	3	0·000477
Chlor . .	1	0·003628	Mangan .	2	0·002811	Wasserstoff	1	0·000102
Chrom .	3	0 001778	Natrium .	1	0·002351	Zink . .	2	0·003332
Eisen . .	2	0·002862	Nickel .	2	0·003015	Zinn . .	2	0·006031

Tabelle V.

Die erdmagnetischen Constanten im mittleren Europa. (1880).

(Länge östlich von Ferro.)

Horizontal-Intensität.

Nördliche Breite	Oestliche Länge				
	20°	25°	30°	35°	40°
45°	2·08	2·11	2·16	2·20	2·24
46°	2·04	2·07	2·12	2·16	2·20
47°	2·00	2·03	2·08	2·11	2·16
48°	1·96	1·99	2·03	2·07	2·12
49°	1·92	1·95	1·99	2·03	2·07
50°	1·87	1·91	1·95	1·99	2·03
51°	1·84	1·87	1·91	1·95	1·99
52°	1·80	1·83	1·87	1·91	1·94
53°	1·76	1·80	1·84	1·87	1·90
54°	1·73	1·76	1·81	1·83	1·86
55°	1·68	1·74	1·77	1·80	1·82

Wächst per Jahr um ca. 0·003°.

Inclination.

Nördliche Breite	20°	25°	30°	35°	40°
45°	—	62·3	61·4	60·5	—
46°	—	63·1	62·1	61·3	—
47°	64·4	63·7	62·9	62·1	61·5
48°	65·1	64·5	63·7	62·9	62·2
49°	65·8	65·2	64·4	63·7	63·1
50°	66·4	65·8	65·2	64·4	63·8
51°	67·1	66·5	65·9	65·2	64·6
52°	67·7	67·1	66·5	66·0	65·3
53°	68·4	67·7	67·1	66·6	66·1
54°	—	68·4	67·8	67·3	66·9
55°	—	—	68·5	68·1	67·7

Nimmt ab per Jahr um ca. 0·03°

Westliche Declination.

Oestliche Länge	Nördliche Breite		
	45°	50°	55°
20°	15·9	17·1	18·5
21°	15·5	16·6	17·7
22°	15·1	16·1	16·5
23°	14·6	15·5	16·3
24°	14·2	15·0	15·7
25°	13·7	14·4	15·1
26°	13·2	13·8	14·4
27°	12·8	13·2	13·8
28°	12·3	12·8	13·3
29°	11·9	12·4	12·8
30°	11·4	11·8	12·2
31°	10·9	11·3	11·6
32°	10·4	10·7	11·1
33°	9·9	10·2	10·6
34°	9·4	9·7	10·0
35°	9·0	9·2	9·5
36°	8·7	8·6	8·9
37°	8·2	8·1	8·3
38°	7·8	7·6	7·8
39°	7·4	7·1	7·2
40°	6·8	6·5	6·5

Nimmt ab per Jahr um ca. 0·13°.

Tabelle VI.

Specifischer Widerstand

(bei 0° Celsius).

	$\varsigma =$		$\varsigma =$
Antimon, gepresst .	0·360	Neusilber, hart . . .	0·212
Blei » .	0·199	Platin, weich . . .	0·0918
Eisen, weich . .	0·0986	Quecksilber	1·0000
Gaskohle	40—120	Silber, weich . . .	0·0153
Gold, weich	0·0209	» hart	0·0166
Kupfer, »	0·0162	Wismuth, gepresst .	1·33
» hart . . .	0·0166	Zink, » .	0·0571
Messing, » . . .	0·051	Zinn, » .	0·134

Der Widerstand $W = \frac{l\,\varsigma}{q}$, wenn l in Meter, q in mm² angegeben ist. Das Resultat W ergibt Siemens'che Quecksilber-Einheiten. Der Widerstand wächst mit der Zunahme der Temperatur. Obige Zahlen gelten nur für ganz reine Metalle. Mit der Verunreinigung wächst der Werth für ς.

Tabelle VII.

Zusammenstellung der bestleitenden Flüssigkeiten.

Nach Untersuchungen von F. Kohlrausch.

(*m* bedeutet das Maximum.)

Untersuchte Flüssigkeit	Chemische Formel	Procente	Specifisch. Gewicht	10^8fache Leitungsfähigkeit bei 18°, Quecksilber = 1
Salpetersäure	$H N O_3$	29·7	1·185	7330 *m*
Salzsäure	$H Cl$	18·3	1·092	7174 *m*
Bromwasserstoffe . . .	$H Br$	36·0	1·31	7170 *m*
Schwefelsäure	$H_2 S O_4$	30·4	1·224	6914 *m*
Fluorwasserstoffsäure . .	$H F$	—	—	6100 *m*?
Kaliumoxydhydrat . . .	$K O H$	28·1	1·274	5095 *m*
Jodammonium	$N H_4 J$	75·0	—	74000
Jodkalium	$K J$	58·5	1·70	4100
Chlorammonium . . .	$N H_4 Cl$	27·0	1·078	3980
Bromkalium	$K Br_4$	38·5	1·347	3480
Kaliumbisulfat	$K H S O$	31·0	1·24	3440
Ammoniumnitrat . . .	$N H_4 N O_3$	5·5	1 25	3430 *m*?
Natriumoxydhydrat . .	$Na O H$	15·2	1·172	3276 *m*
Chlorkalium	$K Cl$	25·8	1·175	3210
Jodnatrium	$Na J$	64·0	2·0	2700
Fluorkalium	$K F$	33·7	1·308	2427 *m*
Ammoniumsulfat . . .	$(NH_4)_2 SO_4$	43·0	1·25	2350 *m*?
Kaliumcarbonat	$K_2 C O_3$	34·3	1·350	2117 *m*
Silbernitrat	$Ag N O_3$	68·0	2·18	2100
Chlornatrium	$Na Cl$	26·4	1·201	2016
Phosphorsäure	$H_3 P O_4$	46·8	1·307	1962 *m*
Chlorstrontium	$Sr Cl_2$	34·4	1·38	1770
Chlorcalcium	$Ca Cl_2$	24 0	1·220	1669 *m*
Natriumnitrat	$Na N O_3$	40·0	1·32	1600 *m*
Kaliumnitrat	$K N O_3$	22·5	1·151	1550
Chlorlithium	$Li Cl$	21·2	1·122	1533
Chlormagnesium . . .	$Mg Cl_2$	19·4	1·170	1312 *m*
Magnesiumnitrat . . .	$Mg N_2 O_6$	28·0	1·25	1200 *m*
Kupfernitrat	$Cu N_2 O_6$	—	—	1100 *m*
Calciumnitrat	$Ca N_2 O_6$	26·7	1·238	983 *m*
Chlorkupfer	$Cu Cl_2$	—	—	900
Natriumsulfat	$Na_2 S O_4$	16·8	1·162	880
Natriumcarbonat . . .	$Na_2 C O_3$	17·5	1·187	812
Kaliumsulfat	$K_2 S O_4$	10·0	1·081	806
Bariumoxydhydrat . . .	$Ba O_2 H_2$	3·1	1·032	540
Magnesiumsulfat . . .	$Mg S O_4$	17·3	1·187	456 *m*
Zinksulfat	$Zn S O_4$	23·7	1·285	452 *m*
Kupfersulfat	$Cu S O_4$	18·1	1·208	440
Kaliumchlorat	$K Cl O_3$	6·3	1·040	432
Bariumnitrat	$Ba N_2 O_6$	8·4	1·071	330
Alaun	$K Al_2 S O_4$	6·4	1·061	300
Ammoniak	$N H_3$	5 3	0·977	10.4 *m*
Chlorbarium	$Ba Cl_2$	26·1	1·284	1490

Tabelle VIII.

Quadrate, Quadratwurzeln und Reciproke.

n	n^2	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{n}$
1	1	1·000	1·0000
2	4	1·414	0·5000
3	9	1·732	0·3333
4	16	2·000	0·2500
5	25	2·236	0·2000
6	36	2·449	0·1667
7	49	2·646	0·1429
8	64	2·828	0·1250
9	81	3·000	0·1111
10	100	3·162	0·1000
11	121	3·317	0·0909
12	144	3·464	0·0833
13	169	3·606	0·0769
14	196	3·742	0 0714
15	225	3·873	0·0667
16	256	4 000	0·0625
17	289	4·123	0·0588
18	324	4·243	0·0556
19	361	4·359	0·0526
20	400	4·472	0·0500
21	441	4 583	0·0476
22	484	4·690	0·0455
23	529	4·796	0·0435
24	576	4 899	0·0417
25	625	5·000	0·0400
26	676	5·099	0·0385
27	729	5·196	0·0370
28	784	5·292	0·0357
29	841	5·385	0·0345
30	900	5·477	0·0333
31	961	5·568	0·0323
32	1024	5·657	0·0313
33	1089	5·745	0·0303
34	1156	5·831	0·0294
35	1225	5·916	0·0286
36	1296	6 000	0·0278
37	1369	6·083	0·0270
38	1444	6·164	0·0263
39	1521	6·245	0·0256
40	1600	6·325	0·0250
41	1681	6·403	0·0244
42	1764	6·481	0·0238
43	1849	6·557	0·0233
44	1936	6·633	0·0227
45	2025	6·708	0·0222
46	2116	6·782	0·0217
47	2209	6·856	0 0213
48	2304	6·928	0·0208
49	2401	7·000	0·0204

n	n^2	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{n}$
50	2500	7·071	0·0200
51	2601	7·141	0·0196
52	2704	7·211	0·0192
53	2809	7·280	0·0189
54	2916	7·348	0·0185
55	3025	7·416	0·0182
56	3136	7·483	0·0179
57	3249	7·550	0·0175
58	3364	7·616	0·0172
59	3481	7·681	0·0169
60	3600	7·746	0·0167
61	3721	7·810	0·0164
62	3844	7·874	0·0161
63	3969	7·937	0·0159
64	4096	8·000	0·0156
65	4225	8·062	0·0154
66	4356	8·124	0·0152
67	4489	8·185	0·0149
68	4624	8·246	0·0147
69	4761	8·307	0·0145
70	4900	8·367	0·0143
71	5041	8·426	0·0141
72	5184	8·485	0·0139
73	5329	8·544	0·0137
74	5476	8·602	0·0135
75	5625	8·660	0·0133
76	5776	8·718	0·0132
77	5929	8·775	0·0130
78	6084	8·832	0·0128
79	6241	8·888	0·0127
80	6400	8·944	0·0125
81	6561	9·000	0·0123
82	6724	9·055	0·0122
83	6889	9·110	0·0120
84	7056	9·165	0·0119
85	7225	9·220	0·0118
86	7396	9·274	0·0116
87	7569	9·327	0·0115
88	7744	9·381	0·0114
89	7921	9·434	0·0112
90	8100	9·487	0·0111
91	8281	9·539	0·0110
92	8464	9·592	0·0109
93	8649	9·644	0·0108
94	8836	9·695	0·0106
95	9025	9·747	0·0105
96	9216	9·798	0·0104
97	9409	9·849	0·0103
98	9604	9·899	0·0102
99	9801	9·950	0·0101
100	10000	10·000	0·0100

Tabelle IX.

Vierstellige Logarithmen.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	42
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	38
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	35
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	32
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	30
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	28
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	26
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	25
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	23
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	22
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	21
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	20
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	19
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	18
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	18
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	17
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	16
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	16
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	15
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	15
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	14
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	14
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	13
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	13
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	13
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	12
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	12
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	12
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	11
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	11
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	11

N. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 Diff.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	11
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	10
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	10
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	10
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	10
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	10
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	9
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	9
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	9
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	9
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	9
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	8
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	8
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	8
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	8
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	8
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	8
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	7
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	7
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	7
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	7
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	7
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	7
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	7
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8507	6
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	6
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	6
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	6
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	6
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	6
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	6
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	6
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	6
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	5
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	5
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	5
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	5
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	5
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	5
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	5
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	5
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	5
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	5
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	5
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	4
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Tabelle X.

Trigonometrische Tabellen.

Grad	Sinus 0′	10′	20′	30′	40′	50′	
0	0·00000	0·00291	0·00582	0·00873	0·01164	0·01454	89
1	0·01745	0·02036	0·02327	0·02618	0·02908	0·03199	88
2	0·03490	0·03781	0·04071	0·04362	0·04653	0·04943	87
3	0·05234	0·05524	0·05814	0·06105	0·06395	0·06685	86
4	0·06976	0·07266	0·07556	0·07846	0·08136	0·08426	85
5	0·08716	0·09005	0·09295	0·09585	0·09874	0·10164	84
6	0·10453	0·10742	0·11031	0·11320	0·11609	0·11898	83
7	0·12187	0·12476	0·12764	0·13053	0·13341	0·13629	82
8	0·13917	0·14205	0·14493	0·14781	0·15069	0·15356	81
9	0·15643	0·15931	0·16218	0·16505	0·16792	0·17078	80
10	0·17365	0·17651	0·17937	0·18224	0·18509	0·18795	79
11	0·19081	0·19366	0·19652	0·19937	0·20222	0·20507	78
12	0·20791	0·21076	0·21360	0·21644	0·21928	0·22212	77
13	0·22495	0·22778	0·23062	0·23345	0·23627	0·23910	76
14	0·24192	0·24474	0·24756	0·25038	0·25320	0·25601	75
15	0·25882	0·26163	0·26443	0·26724	0·27004	0·27284	74
16	0·27564	0·27843	0·28123	0·28402	0·28680	0·28959	73
17	0·29237	0·29515	0·29793	0·30071	0·30348	0·30625	72
18	0·30902	0·31178	0·31454	0·31730	0·32006	0·32282	71
19	0·32557	0·32832	0·33106	0·33381	0·33655	0·33929	70
20	0·34202	0·34475	0·34748	0·35021	0·35293	0·35565	69
21	0·35837	0·36108	0·36379	0·36650	0·36921	0·37191	68
22	0·37461	0·37730	0·37999	0·38268	0·38537	0·38805	67
23	0·39073	0·39341	0·39608	0·39875	0·40141	0·40408	66
24	0·40674	0·40939	0·41204	0·41469	0·41734	0·41998	65
25	0·42262	0·42525	0·42788	0·43051	0·43313	0·43575	64
26	0·43837	0·44098	0·44359	0·44620	0·44880	0·45140	63
27	0·45399	0·45658	0·45917	0·46175	0·46433	0·46690	62
28	0·46947	0·47204	0·47460	0·47716	0·47971	0·48226	61
29	0·48481	0·48735	0·48989	0·49242	0·49495	0·49748	60
30	0·50000	0·50252	0·50503	0·50754	0·51004	0·51254	59
31	0·51504	0·51753	0·52002	0·52250	0·52498	0·52745	58
32	0·52992	0·53238	0·53484	0·53730	0·53975	0·54220	57
33	0·54464	0·54708	0·54951	0·55194	0·55436	0·55678	56
34	0·55919	0·56160	0·56401	0·56641	0·56880	0·57119	55
35	0·57358	0·57596	0·57833	0·58070	0·58307	0·58543	54
36	0·58779	0·59014	0·59248	0·59482	0·59716	0·59949	53
37	0·60182	0·60414	0·60645	0·60876	0·61107	0·61337	52
38	0·61566	0·61795	0·62024	0·62251	0·62479	0·62706	51
39	0·62932	0·63158	0·63383	0·63608	0·63832	0·64056	50
40	0·64279	0·64501	0·64723	0·64945	0·65166	0·65386	49
41	0·65606	0·65825	0·66044	0·66262	0·66480	0·66697	48
42	0·66913	0·67129	0·67344	0·67559	0·67773	0·67987	47
43	0·68200	0·68412	0·68624	0·68835	0·69046	0·69256	46
44	0·69466	0·69675	0·69883	0·70091	0·70298	0·70505	45
45	0·70711						44
	60′	50′	40′	30′ Cosinus	20′	10′	Grad

Grad	Cosinus						
	0′	10′	20′	30′	40′	50′	
0	1·00000	1·00000	0·99998	0·99996	0·99993	0·99989	89
1	0·99985	0·99979	0·99973	0·99966	0·99958	0·99949	88
2	0·99939	0·99929	0·99917	0·99905	0·99892	0·99878	87
3	0·99863	0·99847	0·99831	0·99813	0·99795	0·99776	86
4	0·99756	0·99736	0·99714	0·99692	0·99668	0·99644	85
5	0·99619	0·99594	0·99567	0·99540	0·99511	0·99482	84
6	0·99452	0·99421	0·99390	0·99357	0·99324	0·99290	83
7	0·99255	0·99219	0·99182	0·99144	0·99106	0·99067	82
8	0·99027	0·98986	0·98944	0·98902	0·98858	0·98814	81
9	0·98769	0·98723	0·98676	0·98629	0·98580	0·98531	80
10	0·98481	0·98430	0·98378	0·98325	0·98272	0·98218	79
11	0·98163	0·98107	0·98050	0·97992	0·97934	0·97875	78
12	0·97815	0·97754	0·97692	0·97630	0·97566	0·97502	77
13	0·97437	0·97371	0·97304	0·97237	0·97169	0·97100	76
14	0·97030	0·96959	0·96887	0·96815	0·96742	0·96667	75
15	0·96593	0·96517	0·96440	0·96363	0·96285	0·96206	74
16	0·96126	0·96046	0·95964	0·95882	0·95799	0·95715	73
17	0·95630	0·95545	0·95459	0·95372	0·95284	0·95195	72
18	0·95106	0·95015	0·94924	0·94832	0·94740	0·94646	71
19	0·94552	0·94457	0·94361	0·94264	0·94167	0·94068	70
20	0·93969	0·93869	0·93769	0·93667	0·93565	0·93462	69
21	0·93358	0·93253	0·93148	0·93042	0·92935	0·92827	68
22	0·92718	0·92609	0·92499	0·92388	0·92276	0·92164	67
23	0·92050	0·91936	0·91822	0·91706	0·91590	0·91472	66
24	0·91355	0·91236	0·91116	0·90996	0·90875	0·90753	65
25	0·90631	0·90507	0·90383	0·90259	0·90133	0·90007	64
26	0·89879	0·89752	0·89623	0·89493	0·89363	0·89232	63
27	0·89101	0·88968	0·88835	0·88701	0·88566	0·88431	62
28	0·88295	0·88158	0·88020	0·87882	0·87743	0·87603	61
29	0·87462	0·87321	0·87178	0·87036	0·86892	0·86748	60
30	0·86603	0·86457	0·86310	0·86163	0·86015	0·85866	59
31	0·85717	0·85567	0·85416	0·85264	0·85112	0·84959	58
32	0·84805	0·84650	0·84495	0·84339	0·84182	0·84025	57
33	0·83867	0·83708	0·83549	0·83389	0·83228	0·83066	56
34	0·82904	0·82741	0·82577	0·82413	0·82248	0·82082	55
35	0·81915	0·81748	0·81580	0·81412	0·81242	0·81072	54
36	0·80902	0·80730	0·80558	0·80386	0·80212	0·80038	53
37	0·79864	0·79688	0·79512	0·79335	0·79158	0·78980	52
38	0·78801	0·78622	0·78442	0·78261	0·78079	0·77897	51
39	0·77715	0·77531	0·77347	0·77162	0·76977	0·76791	50
40	0·76604	0·76417	0·76229	0·76041	0·75851	0·75661	49
41	0·75471	0·75280	0·75088	0·74896	0·74703	0·74509	48
42	0·74314	0·74120	0·73924	0·73728	0·73531	0·73333	47
43	0·73135	0·72937	0·72737	0·72537	0·72337	0·72136	46
44	0·71934	0·71732	0·71529	0·71325	0·71121	0·70916	45
45	0·70711						44
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	Grad
	Sinus						

Grad	Tangens 0′	10′	20′	30′	40′	50′	
0	0·00000	0·00291	0·00582	0·00873	0·01164	0·01455	89
1	0·01746	0·02036	0·02328	0·02619	0·02910	0·03201	88
2	0·03492	0·03783	0·04075	0·04366	0·04658	0·04949	87
3	0·05241	0·05633	0·05824	0·06116	0·06408	0·06700	86
4	0·06993	0·07285	0·07578	0·07870	0·08163	0·08456	85
5	0·08749	0·09042	0·09335	0·09629	0·09923	0·10216	84
6	0·10510	0·10805	0·11099	0·11394	0·11688	0·11983	83
7	0·12278	0·12574	0·12869	0·13165	0·13461	0·13758	82
8	0·14054	0·14351	0·14648	0·14945	0·15243	6·15540	81
9	0·15838	0.16137	0·16435	0·16734	0·17033	0·17333	80
10	0·17633	0·17933	0·18233	0·18534	0·18835	0·19136	79
11	0·19438	0·19740	0·20042	0·20345	0·20648	0·20952	78
12	0·21256	0·21560	0·21864	0·22169	0·22475	0·22781	77
13	0·23087	0·23393	0·23700	0·24008	0·24316	0·24624	76
14	0·24933	0·25242	0·25552	0·25862	0·26172	0·26483	75
15	0·26795	0·27167	0·27419	0·27732	0·28046	0·28360	74
16	0·28675	0·28990	0·29305	0·29621	0·29938	0·30255	73
17	0·30573	0·30891	0·31210	0·31530	0·31850	0·32171	72
18	0·32492	0·32814	0·33136	0·33460	0·33783	0·34108	71
19	0·34433	0·34758	0·35085	0·35412	0·35740	0·36068	70
20	0·36397	0·36727	0·37057	0·37388	0·37720	0·38053	69
21	0·38386	0·38721	0·39055	0·39391	0·39727	0·40065	68
22	0·40403	0·40741	0·41081	0·41421	0·41763	0·42105	67
23	0·42447	0·42791	0·43136	0·43481	0·43828	0·44175	66
24	0·44523	0·44[illegible]72	0·45222	0·45573	0·45924	0·46277	65
25	0·46631	0·46985	0·47[illegible]41	0·47698	0·48055	0·48414	64
26	0·48773	0·49134	0·49495	0·49858	0·50222	0·50587	63
27	0·50953	0·51319	0·51688	0·52057	0·52427	0·52798	62
28	0·53171	0·53545	0·53920	0·54296	0·54673	0·55051	61
29	0·55431	0·55812	0·56194	0·56577	0·56962	0·57348	60
30	0·57735	0·58124	0·58513	0·58905	0·59297	0·59691	59
31	0·60086	0·60483	0·60881	0·61280	0·61681	0·62083	58
32	0·62487	0·62892	0·63299	0·63707	0·64117	0·64528	57
33	0·64941	0·65355	0·65771	0·66189	0·66608	0·67028	56
34	0·67451	0·67875	0·68301	0·68728	0·69157	0·69588	55
35	0·70021	0·70455	0·70891	0·71329	0·71769	0·72211	54
36	0·72654	0·73100	0·73547	0·73996	0·74447	0·74900	53
37	0·75355	0·75812	0·76272	0·76733	0·77196	0·77661	52
38	0·78129	0·78598	0·79070	0·79544	0·80020	0·80498	51
39	0·80978	0·81461	0·81946	0·82434	0·82923	0·83415	50
40	0·83910	0·84407	0·84906	0·85408	0·85912	0·86419	49
41	0·86929	0·87441	0·87955	0·88473	0·88992	0·89515	48
42	0·90040	0·90569	0·91099	0·91633	0·92170	0·92709	47
43	0·93252	0·93797	0·94345	0·94896	0·95451	0·96008	46
44	0·96569	0·97133	0·97700	0·98270	0·98843	0·99420	45
45	1·00000						44
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	Grad
	Cotangens						

Grad	Cotangens						
	0′	10′	20′	30′	40′	50′	
0	∞	343·77371	171·88540	114·58865	85·93979	68·75009	89
1	57·28996	49·10388	42·96408	38·18846	34·36777	31·24158	88
2	28 63625	26·43160	24·54176	22·90377	21·47040	20·20555	87
3	19·08114	18·07498	17·16934	16·34986	15·60478	14·92442	86
4	14·30067	13·72674	13·19688	12·70621	12·25051	11·82617	85
5	11·43005	11·05943	10·71191	10·38540	10·07803	9·78817	84
6	9·51436	9·25530	9·00983	8·77689	8·55555	8·34496	83
7	8·14435	7·95302	7·77035	7·59575	7·42871	7·26873	82
8	7·11537	6·96823	6·82694	6·69116	6·56055	6·43484	81
9	6·31375	6·19703	6·08444	5·97576	5·87080	5·76937	80
10	5·67128	5·57638	5·48451	5·39552	5·30928	5·22566	79
11	5·14455	5·06584	4·98940	4·91516	4·84300	4·77286	78
12	4·70463	4·63825	4 57363	4·51071	4·44942	4·38969	77
13	4·33148	4·27471	4·21933	4·16530	4·11265	4·06107	76
14	4·01078	3·96165	3·91364	3·86671	3·82083	3·77595	75
15	3·73205	3·68909	3·64705	3·60588	3·56557	3·52609	74
16	3·48741	3·44951	3 41236	3·37594	3·34023	3 30521	73
17	3·27085	3·23714	3·20406	3·17159	3·13972	3·10842	72
18	3·07768	3·04749	3·01783	2·98868	2·96004	2·93189	71
19	2·90421	2·87700	2·85023	2·82391	2·79802	2·77254	70
20	2·74748	2·72281	2·69853	2·67462	2 65109	2·62791	69
21	2·60509	2·58261	2·56046	2·53865	2·51715	2·49597	68
22	2·47509	2·45451	2·43422	2·41421	2·39449	2·37504	67
23	2·35585	2·33693	2 31826	2·29984	2·28167	2·26374	66
24	2·24604	2·22857	2·21132	2·19430	2·17749	2·16090	65
25	2·14451	2·12832	2·11233	2·09654	2·08094	2·06553	64
26	2·05030	2·03526	2·02039	2 00569	1·99116	1·97680	63
27	1·96261	1·94858	1·93470	1·92098	1·90741	1·89400	62
28	1·88073	1·86760	1·85462	1·84177	1·82906	1·81649	61
29	1·80405	1·79174	1·77955	1·76749	1·75556	1·74375	60
30	1·73205	1·72047	1·70901	1·69766	1·68643	1·67530	59
31	1·66428	1·65337	1 64256	1·63185	1·62125	1·61074	58
32	1·60033	1·59002	1·57981	1·56969	1·55966	1·54972	57
33	1·53987	1·53010	1·52043	1·51084	1·50133	1·49190	56
34	1·48256	1·47330	1·46411	1·45501	1·44598	1·43703	55
35	1·42815	1·41934	1·41061	1·40195	1·39336	1·38484	54
36	1·37638	1·36800	1·35968	1·35142	1·34323	1·33511	53
37	1·32704	1·31904	1·31110	1·30322	1·29541	1·28764	52
38	1·27994	1·27230	1·26471	1·25717	1·24969	1·24227	51
39	1·23490	1·22758	1·22031	1·21310	1·20593	1·19882	50
40	1·19175	1·18474	1·17777	1·17085	1·16398	1·15715	49
41	1·15037	1·14363	1·13694	1·13029	1·12369	1·11713	48
42	1·11061	1·10414	1·09770	1·09131	1 08496	1·07864	47
43	1·07237	1·06613	1·05994	1·05378	1·04766	1·04158	46
44	1·03553	1·02952	1·02355	1·01761	1·01170	1·00583	45
45	1·00000						44
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	Grad
	Tangens						

Tabelle XI.

Umrechnung der Maasse für Stromstärken.

Eine Stromstärke, welche gemessen wurde (in der Minute) nach:	ist mit folgenden Zahlen zu multipliciren, um ausgedrückt zu werden in:						
	C. G. S.	Ampère	Weber	cm^3 Knallgas bei 0^0 u. 760 mm in 1 Min.	*mg* *Cu* in 1 Min.	*mg* *Ag* in 1 Min.	*mg* H_2O in 1 Min.
C. G. S. .	1	10	8·33	102·63	193·84	660·000	55·04
Ampère .	0·1	1	0·833	10·263	19·384	66·000	5·504
Weber . .	0·119	1·1989	1	12·31	23·253	79·178	6·602
cm^3 Knallgas von 0^0 u. 760 mm	0·0097	0·0974	0·0812	1	1·889	6·432	0·5363
mg Cu .	0·0052	0·0515	0·043	0·5294	1	3·405	0·2839
mg Ag .	0·015	0·015	0·0126	0·1555	0·2937	1	0·3480
mg H_2O .	0·018	0·18	0·151	1·865	3·522	11·99	1

Tabelle XII.

Vergleichung der Maasse für Widerstände.

Einheit	*S. E.*	Ohm	Deutsche Meile	Französische Meile	Englische Meile
Siemens Einheit (*S. E.*) . . .	1	0·942	0·0166	0·1	0·0703
Ohm	1·0615	1	0·0176	0·106	0·0746
Deutsche Meile, 7500 m Eisendraht, 4 mm dick	60	56·52	1	6·000	4·216
Französ. Meile, 7500 m Eisendraht, 7 mm dick	10	9·42	0·166	1	0·702
Englische Meile, Kupferdraht, 1·6 mm dick .	14·23	13·4	0·237	1·423	1

Tabelle XIII.

Die Einheiten beim absoluten Maass-System.

Für	Praktische Einheit	Einheit nach absolutem Maasse
Länge	Meter	100 C
Masse	9·81 Kilogr. (Paris)	9180 G
Zeit	Secunde	1 S
Geschwindigkeit	Meter pro Secunde	100 CS^{-1}
Beschleunigung	Meter pro Secunde	100 CS^{-2}
Kraft	Kilogramm	981000 CGS^{-2} (Dyne)
Arbeit	Meterkilogramm	$981 \cdot 10^5\ C^2\ GS^{-2}$ (Erg)
Nutzeffect	Secunden-Meter-Kilogr.	$981 \cdot 10^5 C^2\ GS^{-3}$
Pferdestärken *(P. S.* oder *H. P.)*	75 Secunden-Meter-Kgr.	$75.981 \cdot 10^5\ C^2\ GS^{-3}$

Tabelle XIV.

Einheiten beim absoluten elektromagnetischen Maass-System.

Für	Bezeichnung	Einheit nach absolutem Maasse
Elektromotorische Kraft	Megavolt	10^{14}
	Volt	10^8
	Mikrovolt	10^2
Widerstand	Megohm	10^{15}
	Ohm	10^9
	Mikroohm	10^3
Stromstärke	Megampère	10^5
	Ampère	10^{-1}
	Mikroampère	10^{-7}
Elektricitätsmenge (Quantität)	Megacoulomb	10^5
	Coulomb	10^{-1}
	Mikrocoulomb	10^{-7}
Capacität	Megafarad	10^{-3}
	Farad	10^{-9}
	Mikrofarad	10^{-15}

Index.



…hhandlungen des In- und Auslandes zu beziehen:

A. Hartleben's

…technische Bibliothek.

Mit vielen Illustrationen. Jeder Band einzeln zu haben.

Die hier angegebenen Preise verstehen sich für geheftete Exemplare. Gebunden pro Band 45 kr. = 80 Pf. Zuschlag für den Einband.

		fl.		M.
1. Band.	Maier, Die Ausbrüche, Secte und Südweine. 2. Aufl.	1.20	=	2.25
2. Band.	Schönberg, Spiritus- und Presshefe-Fabrication. 2. Aufl.	1.65	=	3.—
3. Band.	Gaber, Die Liqueur-Fabrication. 3. Aufl.	2.50	=	4.50
4. Band.	Askinson, Die Parfumerie-Fabrication. 2. Aufl.	2.50	=	4.50
5. Band.	Wiltner, Die Seifen-Fabrication. 2. Aufl.	1.65	=	3.—
6. Band.	Rüdinger, Die Bierbrauerei	3.30	=	6.—
7. Band.	Freitag, Die Zündwaaren-Fabrication	1.35	=	2.50
8. Band.	Perl, Die Beleuchtungsstoffe	1.10	=	2.—
9. Band.	Andres, Die Fabrication d. Lacke, Firnisse u. d Siegellackes. 2. Aufl.	1.65	=	3.—
10. Band.	Bersch, Die Essig-Fabrication. 2. Aufl.	1.65	=	3.—
11. Band.	Eschenbacher, Die Feuerwerkerei	2.20	=	4.—
12. Band.	Raufer, Die Meerschaum- und Bernsteinwaaren-Fabrication	1.10	=	2.—
13. Band.	Askinson, Die Fabrication der ätherischen Oele	1.65	=	3.—
14. Band.	Krüger, Die Photographie	4.—	=	7.20
15. Band.	Dawidowsky, Die Leim- und Gelatine-Fabrication. 2. Aufl.	1.65	=	3.—
16. Band.	Rehwald, Die Stärke-Fabrication	1.65	=	3.—
17. Band.	Lehner, Die Tinten-Fabrication. 2. Aufl.	1.65	=	3.—
18. Band.	Brunner, Die Fabrication der Schmiermittel. 2. Aufl.	1.20	=	2.25
19. Band.	Wiener, Die Lohgärberei	4.—	=	7.20
20. Band.	Wiener, Die Weissgärberei	2.75	=	5.—
21. Band.	Joclét, Die chemische Bearbeitung der Schafwolle	2.75	=	5.—
22. Band.	Husnik, Das Gesammtgebiet des Lichtdrucks. 2. Aufl.	2.20	=	4.—
23. Band.	Hausner, Die Fabrication der Conserven und Canditen	2.50	=	4.50
24. Band.	Lehmann, Die Fabrication des Surrogat-Kaffees u. des Tafelsenfes	1.10	=	2.—
25. Band.	Lehner, Die Kitte und Klebemittel. 2. Aufl.	1.—	=	1.80
26. Band.	Friedberg, Die Fabrication der Knochenkohle und des Thieröles	1.65	=	3.—
27. Band.	Piaz, Die Verwerthung der Weinrückstände	1.35	=	2.50
28. Band.	Pick, Die Alkalien	2.50	=	4.50
29. Band.	Müller, Die Bronzewaaren-Fabrication	1.65	=	3.—
30. Band.	Joclét, Handbuch der Bleichkunst	2.75	=	5.—
31. Band.	Lang, Die Fabrication der Kunstbutter	1.—	=	1.80
32. Band.	Zwick, Die Ziegel-Fabrication	4.60	=	8.30
33. Band.	Bersch, Die Fabrication der Mineral- und Lackfarben	4.20	=	7.60
34. Band.	Pick, Die künstlichen Düngemittel	1.80	=	3.55
35. Band.	Krüger, Die Zinkogravure. 2. Aufl.	1.65	=	3.—
36. Band.	Capaun-Karlowa, Medicinische Specialitäten. 2. Aufl.	1.80	=	3.25
37. Band.	Romen, Die Colorie der Baumwolle	2.20	=	4.—
38. Band.	Weiss, Die Galvanoplastik. 2. Aufl.	1.80	=	3.25
39. Band.	Piaz, Die Weinbereitung und die Kellerwirthschaft	2.20	=	4.—
40. Band.	Thenius, Die technische Verarbeitung des Steinkohlentheers	1.35	=	2.50
41. Band.	Bersch, Die Fabrication der Erdfarben	1.65	=	3.—
42. Band.	Heckenast, Die Desinfectionsmittel	1.10	=	2.—
43. Band.	Husnik, Die Heliographie	2.50	=	4.50
44. Band.	Bersch, Die Fabrication der Anilinfarbstoffe	3.60	=	6.50
45. Band.	Capaun-Karlowa, Chemisch-technische Specialitäten	1.35	=	2.50
46. Band.	Joclét, Die Woll- und Seidendruckerei	3.60	=	6.50
47. Band.	R. v. Regner, Die Fabrication des Rübenzuckers	1.65	=	3.—
48. Band.	Wouwermans, Farbenlehre	1.20	=	2.25
49. Band.	Uhlenhuth, Vollständige Anleitung zum Formen und Giessen	1.10	=	2.—
50. Band.	A. v. Regner, Die Bereitung der Schaumweine	2.75	=	5.—
51. Band.	Zwick, Kalk- und Luftmörtel	1.65	=	3.—
52. Band.	Krupp, Die Legirungen	2.75	=	5.—
53. Band.	Capaun-Karlowa, Unsere Lebensmittel	1.10	=	2.—
54. Band.	Krüger, Die Photokeramik	1.35	=	2.50
55. Band.	Thenius, Die Harze	1.80	=	3.25
56. Band.	Pick, Die Mineralsäuren	2.75	=	5.—
57. Band.	Ritter, Wasser und Eis	2.20	=	4.—
58. Band.	Zwick, Hydraulischer Kalk und Portland-Cement	2.50	=	4.50
59. Band.	Miller, Die Glasätzerei	1.—		1.80

Ausführliche Prospecte gratis.

A. Hartleben's Verlag in Wien, Pest und Leipzig.

